# Erste schriftliche Wettbewerbsrunde

*Die hinter den Lösungen stehenden Prozentzahlen zeigen, wie viel Prozent der Wettbewerbsteilnehmer die gegebene Lösung angekreuzt haben. Die richtigen Lösungen werden fettgeduckt und grau hinterlegt angegeben.*

## Klasse 7

**1.** Wie viele durch 10 teilbare natürliche Zahlen gibt es zwischen 1022 und 2012?

**(A)** *98* **(B)** *99* **(C)** *100* **(D)** *989* **(E)** *999*

**Lösung:** Die kleinste solche Zahl ist 1030, die größte 2010. Jede zehnte Zahl ist entsprechend und $2010 = 1030 + 98 \cdot 10$, also in der Folge der durch 10 teilbaren natürlichen Zahlen steht 2010 um 98 Zahlen später, als 1030 und dadurch gibt es insgesamt 99 solche Zahlen.

**(A)** 25% **(B) 67%** **(C)** 6% **(D)** 2% **(E)** 2%

**2.** In der Rechenaufgabe 1 ▲ 2 ▲ 3 ▲ 4 ▲ 5 ▲ 6 können an Stelle von ▲ beliebig + oder – Zeichen geschrieben werden. Welche der folgenden Zahlen können wir als Endergebnis bekommen?

**(A)** *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

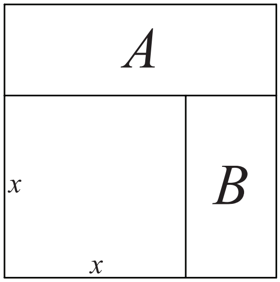
**Lösung:** Wenn wir zuerst statt allen ▲ ein + Zeichen schreiben, ist das Ergebnis $1+2+3+4+5+6=21$. Wenn wir jetzt vor einer Zahl $a$ das + Zeichen mit einem – Zeichen tauschen, vermindert sich die Summe um $2 \cdot a$ (wenn zum Bsp. nicht +3, sondern -3 vorkommt, vermindert sich die Summe um 6). Da 21 ungerade ist und alle Änderungen die Summe um eine gerade Zahl vermindern, kann das Endergebnis nur eine ungerade Zahl sein. So sind die Lösungen (B) und (D) falsch.
Die anderen drei Antworten sind möglich: $1+2+3-4+5-6=1$, $1+2-3+4+5-6=3$ und $1+2-3+4-5+6=5$

**(A) 86%** **(B)** 8% **(C) 91%** **(D)** 10% **(E) 78%**

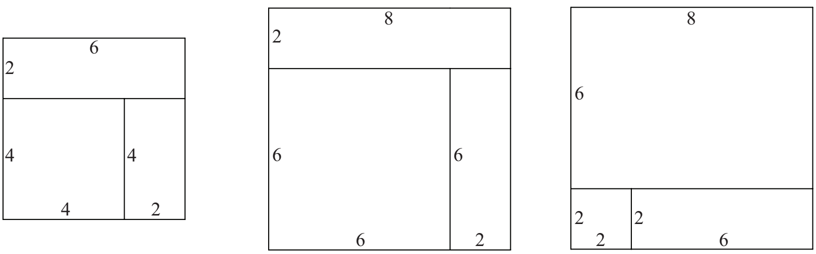
**3.** Norbert schnitt aus einem Stück Papier ein 2cm x 6cm großes Rechteck. Er hat noch ein anderes Rechteck und ein Quadrat. Aus diesen drei Figuren kann er ein Quadrat so zusammenstellen, dass die einzelnen Teile einander nicht überdecken und es auch keine Spalten zwischen ihnen gibt. Welche von den angegebenen Zahlen kann die Länge der einen Seite des anderen Rechtecks sein?

**(A)** *4* **(B)** *6* **(C)** *8* **(D)** *10* **(E)** *12*

**Lösung:** Das kleine Quadrat muss in einer Ecke des großen Quadrats liegen, sonst brauchten wir mindestens drei Rechtecke um das kleine Quadrat auf das große Quadrat zu ergänzen. So ist aber die Aufteilung eindeutig: mit Drehung und Spiegelung ist zu erreichen, dass das große Quadrat folgendermaßen aussieht:



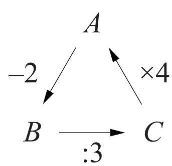

Bezeichnen wir die Seitenlänge des kleinen Quadrats mit x. Wir müssen die Fälle demnach unterscheiden, ob A oder B das 2×6 cm Rechteck ist und welcher Wert zu welcher Seite gehört.
Wenn A das 2×6 cm Rechteck ist, kann die waagerechte Seite nur 6cm (da sie die eine Seite des großen Quadrats ist), und die senkrechte 2cm lang (die kürzer, als die Seite des großen Quadrats ist) sein. So ist $x = 4$ cm und im Rechteck B die waagerechte Seite 2cm und die senkrechte Seite 4cm lang.
Wenn B das 2×6 cm Rechteck ist und seine waagerechte Seite die Kürzere ist, ist $x = 6$ cm, und die Seitenlänge des großen Quadrats 8cm. So ist im Rechteck A die waagerechte Seite 8cm und die senkrechte Seite 2cm.
Wenn B das 2×6 cm Rechteck ist und seine senkrechte Seite die Kürzere ist, ist $x = 2$ cm, und die Seitenlänge des großen Quadrats 8cm. So ist im Rechteck A die waagerechte Seite 8cm und die senkrechte Seite 6cm.




Die eine Seite des anderen Rechtecks kann also 2, 4, 6, bzw. 8cm lang sein.

**(A) 73%** **(B) 34%** **(C) 47%** **(D)** 11% **(E)** 13%

**4.** Die Abbildung zeigt, dass $A$ um 2 vermindert $B$ ergibt, $C$ ein Drittel von $B$ und $A$ das Vierfache von $C$ ist. Was ist der Wert von $9C - 2B - A$?




**(A)** *–4* **(B)** *–2* **(C)** *0* **(D)** *2* **(E)** *Nicht feststellbar.*

**Lösung:** Nach der Abbildung ist $A = 4 \cdot C$ und $B = A - 2 = 4 \cdot C - 2$ und $C = B : 3$, also $3 \cdot C = B = 4 \cdot C - 2$. Daraus folgt, dass $C = 2$, $A = 8$ und $B = 6$. So ist der Wert von $9C - 2B - A$ gleich $9 \cdot 2 - 2 \cdot 6 - 8 = -2$.

**(A)** 5% **(B) 57%** **(C)** 4% **(D)** 5% **(E)** 29%

**5.** Alle Freunde der Neudörfer haben Fohlen. Unter den Altdörfern gibt es Freunde von Neudörfern. Wie viele bestimmt richtige Behauptungen gibt es unter den folgenden vier Aussagen?

– Unter den Altdörfern gibt es niemanden, der Fohlen hat.
– Wenn jemand Fohlen hat, ist er ein Freund der Neudörfer.
– Wenn ein Altdörfer Fohlen hat, ist er ein Freund der Neudörfer.
– Wenn jemand kein Fohlen hat, ist er kein Freund der Neudörfer.

**(A)** *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

**Lösung:** Die erste Behauptung ist falsch, denn es gibt solche Altdörfer, die Freunde von Neudörfern sind und dadurch Fohlen haben. Die zweite und dritte Behauptung muss nicht unbedingt richtig sein, da auch solche Altdörfer Fohlen haben können, die keine Freunde von Neudörfern sind. Auf sie bezieht sich keine Bedingung. Die letzte Behauptung ist bestimmt richtig, denn wenn jemand ohne Fohlen doch ein Freund der Neudörfer wäre, müsste er ein Fohlen haben, was ein Widerspruch ist.
Unter den vier Behauptungen ist also nur die Letzte bestimmt richtig.

**(A)** 5% **(B) 46%** **(C)** 30% **(D)** 31% **(E)** 1%

**6.** Susanne suchte alle vierstelligen Zahlen, die größer sind als 7000 und die folgenden vier Bedingungen erfüllen: I.) sind durch 9 teilbar. II.) Wenn wir die letzte Ziffer weglassen, wird die dreistellige Zahl durch 8 teilbar. III.) Wenn wir die letzten beiden Ziffern weglassen, wird die zweistellige Zahl durch 7 teilbar. Welche Ziffer kann in einer solchen vierstelligen Zahl an der Zehnerstelle stehen?

**(A)** *1* **(B)** *4* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *8*

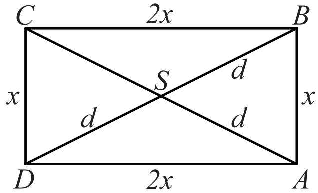
**Lösung:** Die gesuchte vierstellige Zahl sei $\overline{abcd}$, wo a ≥ 7 ist. Da $\overline{ab}$ durch 7 teilbar ist, kann sie nur die Werte von 70, 77, 84, 91, 98 annehmen. Diese müssen wir mit *c* so ergänzen, dass die Zahl $\overline{abc}$ durch 8 teilbar wird. Die möglichen Werte sind 704, 776, 840, 848, 912, 984. All diese Zahlen kann man mit einer Ziffer *d* so ergänzen, dass die neue Zahl durch 9 teilbar ist. Die vierstelligen Zahlen sind: 7047, 7767, 8406, 8487, 9126, 9846. An der Zehnerstelle können also die Ziffern 0, 2, 4, 6, 8 stehen.
(Ergänzung: da $\overline{abc}$ durch 8 teilbar ist, muss *c* eine gerade Zahl sein und so wissen wir gleich von Antwort (A) und (D), dass sie falsch sind und für die anderen drei Antworten genügt es, wenn wir konkrete Beispiele finden.)

**(A)** 21% **(B) 58%** **(C) 48%** **(D)** 26% **(E) 50%**

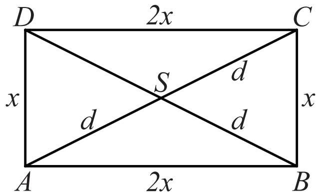
**7.** Die eine Seite des Rechtecks *ABCD* ist zweimal so lang, wie die Andere. Bezeichnen wir den Schnittpunkt der Diagonalen des Rechtecks mit *S*. So ist der Umfang des Dreiecks *ABC* um 8cm länger, als der Umfang des Dreiecks *ABS*. Wie viel cm kann der Umfang des Rechtecks *ABCD* sein?

**(A)** *16* **(B)** *24* **(C)** *36* **(D)** *48* **(E)** *56*

**Lösung:** Wir müssen demnach zwei Fälle unterscheiden: ob das Dreieck *ABS* die kürzere oder längere Seite des Rechtecks enthält.



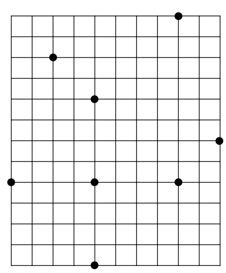

Im ersten Fall soll die kürzere Seite des Rechtecks *AB*, und die Längere *BC* sein. Bezeichnen wir die Seiten mit *x* und 2*x*. Bezeichnen wir die Hälfte der Diagonale mit d. So ist der Umfang des Dreiecks *ABC* $AB+BC+CA=x+2x+2d=3x+2d$ und der Umfang des Dreiecks *ABS* $AB+BS+SA=x+d+d=x+2d$. Der Umfang des Dreiecks ABC ist also um 2x länger, als der Umfang des Dreiecks ABS. Daraus folgt, dass $x=4$ cm und der Umfang des Rechtecks $2\cdot(2x+x)=6x=24$ ist.




Im zweiten Fall soll die längere Seite des Rechtecks *AB*, und die Kürzere *BC* sein. Bezeichnen wir die Seiten wieder mit 2*x* und *x*. Bezeichnen wir die Hälfte der Diagonale mit d. So ist der Umfang des Dreiecks *ABC* $AB+BC+CA=2x+x+2d=3x+2d$, und der Umfang des Dreiecks *ABS* $AB+BS+SA=2x+d+d=2x+2d$. Der Umfang des Dreiecks ABC ist also um x länger, als der Umfang des Dreiecks ABS. Daraus folgt, dass $x=8$ cm und der Umfang des Rechtecks $2\cdot(2x+x)=6x=48$ cm ist.

**(A)** 11% **(B) 43%** **(C)** 21% **(D) 48%** **(E)** 9%

**8.** In dem nebenstehenden Quadratnetz gaben wir alle Eckpunkten zweier Quadrate an. Wie viel cm$^2$ ist der gemeinsame Teil der beiden Quadrate groß, wenn ein kleines Einheitsquadrat den Flächeninhalt von 25mm$^2$ hat?

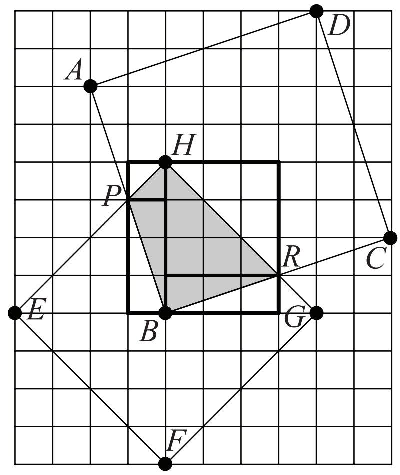


**(A)** *2* **(B)** *8* **(C)** *16*

**(D)** *100* **(E)** *200*

**Lösung:** Der Flächeninhalt eines kleinen Quadrats beträgt 25mm$^2$, also 0,25cm$^2$. Die acht Eckpunkte können nur auf einer Weise zwei Quadrate bilden. In den unteren Abbildungen sind diese die Quadrate *ABCD* und

*EFGH*. Bezeichnen wir die Schnittpunkte von *AB* und *EH* mit *P* und den Schnittpunkt von *BC* und *GH* mit *R*. Wir müssen den Flächeninhalt des Vierecks *PBRH* angeben.




Das gesuchte Viereck besteht aus den Dreiecken *PBH* und *RBH*. Im Dreieck *PBH* ist die Seite *BH* 4 Einheiten lang, die zu ihr gehörende Höhe 1 Einheit und so sein Flächeninhalt $\frac{4\cdot 1}{2}=2$ kleine Quadrate. Im Dreieck *RBH* ist die Seite *BH* 4 Einheiten lang, die zu ihr gehörende Höhe 3 Einheiten und so sein Flächeninhalt $\frac{4\cdot 3}{2}=6$ kleine Quadrate. Der Flächeninhalt des Vierecks *PBRH* entspricht so $2+6=8$ Quadraten, was $8\cdot 0{,}25=2\ \text{cm}^2$ ist.

(Ergänzung: Den Flächeninhalt des gemeinsamen Teiles hätten wir auch berechnen können, indem wir ihn, wie in der Abbildung fettgedruckt markiert, auf ein 4x4 Quadrat ergänzen und von sein Flächeninhalt die Flächeninhalte der „abfallenden" Dreiecke subtrahieren.)

**(A) 41%** **(B)** 9% **(C)** 14% **(D)** 8% **(E)** 29%

**9.** Die natürlichen Zahlen *a, b* und *c* bezeichnen die in cm gemessenen Seitenlängen eines Dreiecks. Welche der folgenden Behauptungen trifft auf dieses Dreieck zu, wenn eine der drei Zahlen Teiler der beiden Anderen ist?

**(A)** *Solches Dreieck gibt es nicht..* **(B)** *Ist bestimmt rechtwinklig.*

**(C)** *Kann regelmäßig sein..* **(D)** *Kann gleichschenklig sein.*

**(E)** *Ist bestimmt gleichschenklig.*

**Lösung:** Seien die drei Seiten $a\le b\le c$, so ist *a* Teiler von *b* und *c*. Da eine positive ganze Zahl Teiler von sich selbst ist, kann $a=b=c$, und dadurch das Dreieck regelmäßig sein. Das Dreieck kann auch gleichschenklig, aber nicht regelmäßig sein, wie zum Bsp. im Fall $a=2\ \text{cm}$ und $b=c=4\ \text{cm}$. Antworten (A) und (B) sind also falsch und (C) und (D) richtig.

Wir zeigen, dass das Dreieck gleichschenklig sein muss. Da $a$ sowohl von $b$ als auch von $c$ Teiler ist, können die zwei längeren Seiten als $b = m \cdot a$ und $c = n \cdot a$ aufgeschrieben werden, wo m und n positive ganze Zahlen sind und $\mathrm{m} \leq \mathrm{n}$. Aus der Dreiecksungleichung $c < a + b$ folgt, dass $n \cdot a < a + m \cdot a$. Durch $a$ geteilt bekommen wir den Zusammenhang $n < 1 + m$. Das stimmt aber nur, wenn $m = n$ und so $b = c$ ist. Das Dreieck muss also gleichschenklig sein und so ist Antwort (E) richtig.

**(A)** 18% **(B)** 15% **(C) 52%** **(D) 63%** **(E) 21%**

**10.** Ordnet die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 an einer Gerade so nebeneinander an, dass die Summe zwei nebeneinander stehenden Zahlen immer eine Quadratzahl ergibt. Welche der folgenden Zahlen werden dann nebeneinander stehen?

**(A)** *3 und 5* **(B)** *1 und 3* **(C)** *1 und 8* **(D)** *9 und 16* **(E)** *10 und 15*

**Lösung:** Die 16 muss an einem Ende stehen, da sie von den angegebenen Zahlen nur mit 9 addiert eine Quadratzahl ergibt ($16+9=25$ und die nächste wäre $16+20=36$). Am anderen Ende muss die 8 stehen ($8+1=9$, aber $8+8=16$ ist nicht möglich und $8+17=25$ schon zu groß). Wir können also annehmen, dass am Anfang die Zahlen 16, 9 und am Ende 1, 8 in dieser Reihenfolge stehen.

Überprüfen wir von links nach rechts, welche Zahlen nebeneinander stehen müssen. Nach 9 steht eine Zahl, die noch nicht vorkam und zu 9 addiert eine Quadratzahl ergibt. Das kann nur die 7 sein. Nach 7 kann nur die 2 stehen, da $7+2=9$ aber zu $7+9=16$ brauchten wir noch mal die 9.

Ähnlicherweise können wir die weiteren Zahlen suchen, bis 3 ist es eindeutig:

16, 9, 7, 2, 14, 11, 5, 4, 12, 13, 3, …, …, …, 1, 8

Nach 3 könnte sowohl die 6 als auch die 1 stehen, aber 1 haben wir schon am Ende der Reihe, so ist 6 die einzig richtige Zahl:

16, 9, 7, 2, 14, 11, 5, 4, 12, 13, 3, 6, 10, 15, 1, 8

Wir sehen also, dass von den angegebenen Zahlenpaaren die 1 und 8, die 9 und 16, bzw. die 10 und 15 Nachbarzahlen sind.

**(A)** 18% **(B)** 64% **(C) 58%** **(D) 59%** **(E) 55%**

**11.** An der Tafel stehen die Zahlen 2, 0, 1, 2 in dieser Reihenfolge. Bei jedem Schritt wählen wir zwei Zahlen aus und vermehren die Eine um 2 und die Andere um 3. Welche vier Zahlen können in der angegebenen Reihenfolge an der Tafel stehen, wenn wir diese Schritte mehrmals wiederholen?

**(A)** *10, 10, 10, 10* **(B)** *24, 25, 26, 27* **(C)** *77, 77, 33, 33*

**(D)** *1114, 1113, 1111, 1112* **(E)** *2010, 2011, 2012, 2013*

**Lösung:** Die Summe der ursprünglichen Zahlen ist $2+0+1+2=5$. Diese Summe vermehrt sich immer um $2+3=5$ und dadurch wird diese Summe immer durch 5 teilbar sein. Deshalb sind Antworten (B) und (E) bestimmt falsch ($24+25+26+27=102$ und $2010+2011+2012+2013=8046$ sind durch 5 nicht teilbar).

Wir zeigen, dass die anderen drei Antworten möglich sind. Wir werden ausnutzen, dass wir zwei beliebige Zahlen in zwei Schritten um 5-5 vermehren können (erst addieren wir zu einer Zahl 2 und zur anderen 3 und dann umgekehrt) und wenn wir das auch bei den anderen zwei Zahlen durchführen, können wir alle vier Zahlen um 5-5 vermehren.

Antwort (A) bekommen wir, indem wir zuerst eine „5-Vermehrung“ verwenden (7, 5, 6, 7). Eine mögliche Fortsetzung ist dann: (10, 7, 6, 7), (10, 10, 8, 7), (10, 10, 10, 10).

Bei Antwort (C) setzen wir den bei Antwort (A) erreichten Zustand (10, 10, 10, 10) mit „5-Vermehrungen“ fort und bekommen (75, 75, 30, 30). Die Schritte von hier sind: (77, 75, 33, 30) und (77, 77, 33, 33).

Um Zustand (D) zu erreichen, ist der erste Schritt (4, 3, 1, 2) und von hier bekommen wir durch „5-Vermehrungen“ den Zustand (1114, 1113, 1111, 1112).

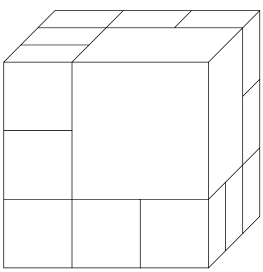
**(A) 40%** **(B)** 34% **(C) 27%** **(D) 33%** **(E)** 25%

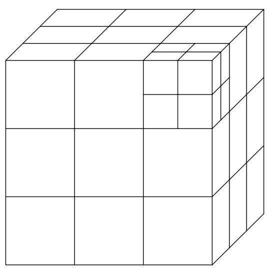
**12.** Auf wie viele – nicht unbedingt gleiche – kleine Würfel kann ein Würfel aufgeteilt werden?

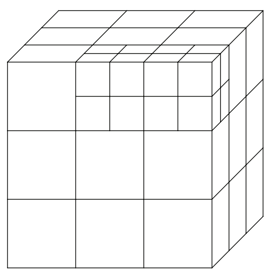
**(A)** *20* **(B)** *34* **(C)** *38* **(D)** *41* **(E)** *50*

**Lösung:** Alle Antworten sind möglich. Dazu werden wir den Würfel als Ausgangszustand auf 3×3×3=27, bzw. 4×4×4=64 kleine Würfel aufteilen.

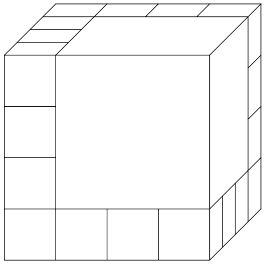
Wenn wir bei den 27 Würfeln in der einen Ecke liegenden Würfel auf einen größeren Würfel tauschen, wird der große Würfel aus 20 kleinen Würfeln bestehen. Wenn wir den einen aus den 27 kleinen Würfeln in 2×2×2 kleinere Würfel aufteilen, vermehren wir die Anzahl der Würfel um 7 und so gelangen wir zu 34 Würfeln. Mit einer weiteren gleichen Aufteilung bekommen wir 41 Würfel.


20 Würfel

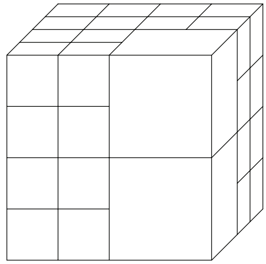

34 Würfel


41 Würfel

Wenn wir bei den 64 Würfeln in der einen Ecke liegende Würfel auf einen größeren Würfel tauschen, wird der große Würfel aus $64-27+1=38$ kleinen Würfeln bestehen. Wenn wir bei den 64 Würfeln in zwei beliebigen Ecken liegende 2×2×2=8 Würfel in Größeren tauschen, bekommen wir $64-2\cdot8+2\cdot1=50$ Würfel.



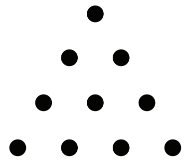
38 Würfel



50 Würfel

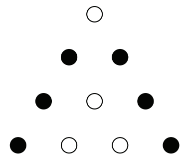
**(A) 67%** **(B) 59%** **(C) 57%** **(D) 40%** **(E) 60%**

**13.** Die 10 Punkte der Abbildung liegen in den Gitterpunkten eines regelmäßigen Dreiecknetzes. Wie viele Punkte können so abgewaschen werden, dass unter den gebliebenen Punkten keine drei gibt, die ein regelmäßiges Dreieck bilden?

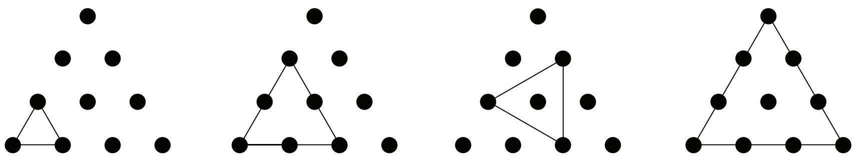


**(A)** *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

**Lösung:** Mit dem Abwaschen von 4 Punkten kann die gewünschte Bedingung schon erreicht werden. Das zeigt die rechte Abbildung, wo die weißen Kreise die abgewaschenen Punkte darstellen. Das Ziel ist natürlich auch durch 5, 6, bzw. 7 Abwaschen zu erreichen.



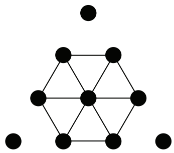
Wir zeigen, dass das Abwaschen von 3 Punkten noch nicht ausreicht. Rechnen wir zuerst zusammen, wie viele regelmäßige Dreiecke die 10 Punkte bilden. Diese Dreiecke sind ihrer Größe nach in drei Gruppen zu ordnen:

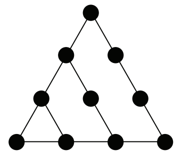


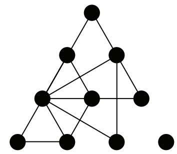
1. 2. 3. 4.

$1+3+5=9$ Dreiecke gibt es vom ersten Typ, $1+2=3$ vom zweiten Typ, 2 vom dritten Typ und 1 vom vierten Typ. Insgesamt also $9+3+2+1=15$ Dreiecke.

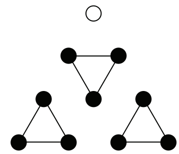
Überprüfen wir jetzt, um wie viel die Anzahl der Dreiecke beim Verlassen eines Punktes vermindert werden kann. Der mittlere Punkt ist Eckpunkt von 6 Dreiecken (alle Typ1.), die äußeren Eckpunkte kommen in 3 Dreiecken vor (im Typ1, Typ2, Typ4) und die auf den äußeren Seiten liegenden anderen Punkte in 5 Dreiecken (dreimal im Typ1 und einmal im Typ2 und 3). Also mit dem Abwaschen der drei Punkttypen vermindert sich die Anzahl der Dreiecke der Reihe nach um 6, 3, bzw. 5.


6 Dreiecke


3 Dreiecke


5 Dreiecke

Wenn einer der drei abgewaschenen Punkte ein äußerer Eckpunkt ist, bleiben nach dessen Abwaschen noch $15-3=12$ Dreiecke. Aber mit dem Abwaschen zwei weiterer Punkte kann die Anzahl der Dreiecke höchstens um $6+5=11$ vermindert werden und so bliebe noch regelmäßiges Dreieck.
Das bedeutet, dass wir keinen äußeren Eckpunkt abwaschen dürfen, so bleibt aber das Dreieck Typ4. Also nach dem Abwaschen von 3 Punkten, bleibt noch bestimmt regelmäßiges Dreieck.



**Zweite Lösung:** Wie schon gezeigt, kann mit dem Abwaschen von 4 Punkten die gewünschte Bedingung erreicht werden. Wir zeigen, dass das Abwaschen von 3 Punkten noch nicht ausreicht. Ein äußerer Eckpunkt muss auf jeden Fall abgewaschen werden, nehmen wir den Oberen. So bilden die übriggebliebenen 9 Punkte drei verschiedene Dreiecke. Von allen müssen wir noch mindestens einen Punkt also insgesamt 4 Punkte abwaschen.

**(A)** 17% **(B) 66%** **(C) 64%** **(D) 75%** **(E) 69%**

**Aufgabe zur ausführlichen Bearbeitung:**

**14.** Die Summe von zehn verschiedenen positiven ganzen Zahlen ist 62. Beweist, dass das Produkt der zehn Zahlen durch 60 teilbar ist.

**Lösung:** Überprüfen wir die Teilbarkeit durch 3, 4 und 5. Wenn keine der zehn Zahlen durch 3 teilbar wäre, wäre ihre Summe mindestens $1+2+4+5+7+8+10+11+13+14=75$, aber das ist nicht möglich (4 Punkte). Wenn keine der Zahlen durch 4 teilbar wäre, wäre ihre Summe mindestens $1+2+3+5+6+7+9+10+11+13=67$, aber das ist auch nicht möglich (4 Punkte). Wenn keine der Zahlen durch 5 teilbar wäre, wäre ihre Summe mindestens $1+2+3+4+6+7+8+9+11+12=63$, aber das ist auch nicht möglich (4 Punkte).
So müssen unter den zehn Zahlen durch 3, 4 und 5 teilbare Zahlen sein und da der größte gemeinsame Teiler von 3, 4 und 5 die Eins ist, ist das Produkt der Zahlen durch $3\cdot 4\cdot 5=60$ teilbar (4 Punkte).
Eine andere aber richtige Begründung ist ähnlich dem beschriebenen Gedankenweg zu bewerten.
(Insgesamt 16 Punkte.)
Ergänzung: es gibt tatsächlich zehn Zahlen, deren Summe 62 ist, ein Beispiel dafür: $1+2+3+4+5+6+7+8+9+17=62$.