

**Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!**

14. Bildet aus den Zahlen 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7 alle Vierergruppen mit dieser Eigenschaft:

Wenn eine Zahl  $x$  in einer Gruppe ist, dann liegt die Zahl  $x - 1$  oder die Zahl  $x + 1$  (oder beide) auch in dieser Gruppe.

Notiert alle gefundenen Vierergruppen!

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen.“

**Prof. Dr. Thomas Freund**

*Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,  
Vizepräsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs*

## BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®



C. F. GAUSS

**2015**

**1. RUNDE**

**KLASSE 11**



J. BOLYAI

**FÖRDERER DES WETTBEWERBS:**

**PROF. DR. THOMAS FREUND**

*Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,  
Vizepräsident der Ungarischen Akademie*

**BEGRÜNDER DES WETTBEWERBS UND ERSTELLER DER AUFGABEN:**

**ANDREAS NAGY-BALÓ, Mathematiklehrer**

**ÜBERSETZER DER AUFGABEN:**

**ATTILA FURDEK, Mathematiklehrer**

**LEKTOR DER ÜBERSETZUNG:**

**MATTHIAS BENKESER, Mathematiklehrer**

**KOORDINATORIN:**

**RITA FURDEK, Mathematiklehrerin**

**BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATISCHEN SYSTEMS:**

**GEORG PROBST, Informatiker**

**GREGOR TASSY, Mathematiklehrer**



[www.bolyaiteam.de](http://www.bolyaiteam.de)

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X.  
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Für welches  $n$  aus den aufgezählten Zahlen gilt: Zwischen  $n$  und  $3n$  gibt es mindestens eine Kubikzahl.

- (A) 2      (B) 7      (C) 10      (D) 28      (E) 2014

Lösungshinweis: 64 ist zum Beispiel eine Kubikzahl, weil  $64 = 4^3$ .

2. Für welche reelle Zahlen gilt  $-a > a^2$ ?

- (A) für keine      (B) für alle      (C) für  $a < -1$       (D) für  $a > 1$   
(E) Keine dieser Antworten.

3. Die Gleichung  $\frac{2}{x^2 - x + 1} - \frac{1}{x + 1} = \frac{2x - 1}{x^3 + 1}$  hat als Lösung die Zahl

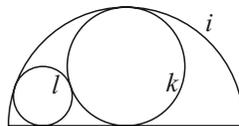
- (A) -5      (B) -2      (C) -1      (D) 1      (E) 2

4. An einem runden Tisch sitzen Ehrliche (die stets die Wahrheit sagen) und Lügner (die stets lügen). Die Frage „Ist dein rechter Tischnachbar ein Ehrlicher?“ wurde von allen mit „nein“ beantwortet. Daraufhin wurden zwei benachbarte Menschen danach gefragt, wie viele Leute am Tisch saßen. Der eine antwortete 13, der andere 14.

**Die Frage:** Wie viele Menschen können am runden Tisch gegessen haben?

- (A) 12      (B) 13      (C) 14      (D) 15      (E) Man kann es nicht wissen.

5. Die Figur zeigt einen Halbkreis  $i$  mit dem Radius 12 cm, einen Kreis  $k$  mit dem Radius 6 cm und einen weiteren Kreis  $l$ .  $k$  berührt  $i$  und  $l$  bzw.  $l$  berührt  $i$  und  $k$ .  $k$  und  $l$  berühren den Durchmesser von  $i$ . Wie groß ist der Radius des Kreises  $l$ ?



- (A) 1 cm      (B) 2 cm      (C) 3 cm      (D) 4 cm      (E) weniger als 3 cm

6. Wenn  $a + b + c > 0$  und die Gleichung  $ax^2 + bx + c = 0$  keine Lösungen hat, dann gilt:

- (A)  $a - b + c < 0$       (B)  $a - b + c > 0$       (C)  $4a - 2b + c < 0$   
(D)  $4a - 2b + c > 0$       (E)  $c > 0$

7. Im Dreieck ABC liegt E so auf der Strecke BC, dass AE Winkelhalbierende ist und  $\overline{AE} = \overline{EC}$ ,  $\overline{AC} = 2 \cdot \overline{AB}$ . **Die Frage:** Welche Weite hat der Winkel  $\sphericalangle ABC$ ?

- (A)  $60^\circ$       (B) weniger als  $90^\circ$       (C)  $90^\circ$       (D) mehr als  $90^\circ$       (E)  $120^\circ$

8. Auf einer Insel leben 96 Bürger. Die Regierung beschließt 5 neue Verordnungen. Jede der Verordnungen wird von genau der Hälfte der Bevölkerung abgelehnt. Wenn jemand mehr als die Hälfte der Verordnungen ablehnt, geht er auf die Straße.

**Die Frage:** Wie viele Bürger könnten auf die Straße gehen?

- (A) 50      (B) 70      (C) 80      (D) 90      (E) 96

9. Ein Vieleck hat mindestens 10 Seiten und alle Innenwinkel des Vielecks sind kleiner als  $180^\circ$ .

Wie viele der Seiten können so lang sein, wie die längste Diagonale des Vielecks?

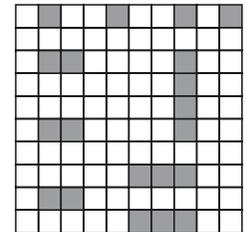
- (A) 0      (B) 1      (C) 2      (D) 3      (E) 4

10. Von 10 Kugeln haben 2 eine elektromagnetische Strahlung. Mit Hilfe eines Messgerätes können wir überprüfen, ob in einer von uns ausgesuchten Gruppe von Kugeln Strahlung vorhanden ist oder nicht. Wenn es Strahlung anzeigt, wissen wir jedoch nicht, ob eine oder zwei strahlende Kugeln dabei sind.

**Die Frage:** Durch wie viele Messungen können wir die 2 strahlenden Kugeln eindeutig identifizieren?

- (A) 4      (B) 5      (C) 6      (D) 7      (E) Keine von diesen Antworten.

11. Beim Spiel „Schiffe versenken“ gibt es vier  $1 \times 1$ , drei  $1 \times 2$ , zwei  $1 \times 3$  und ein  $1 \times 4$  Schiff. Diese passen gut auf ein  $10 \times 10$  Brett (siehe Figur). Auf welche der folgenden Bretter passen alle diese Schiffe, wenn sie sich nicht berühren dürfen (nicht einmal an Eckpunkten)?



- (A)  $5 \times 5$       (B)  $6 \times 6$       (C)  $7 \times 7$   
(D)  $8 \times 8$       (E)  $9 \times 9$

12. Eine Uhr hat die merkwürdige Eigenschaft, dass der Stundenzeiger und der Minutenzeiger gleich aussehen. Ansonsten ist sie wie eine ganz normale kreisförmige Armbanduhr mit den Ziffern 1 bis 12.

**Die Frage:** Wie viele verschiedene Lagen haben die zwei Zeiger, für die sich die genaue Zeit nicht bestimmen lässt?

- (A) 12      (B) 24      (C) mindestens 60      (D) 132      (E) 144

13. Im Dreieck ABC ist  $\sphericalangle CBA = \sphericalangle BCA = 80^\circ$ . Der Punkt M liegt auf der Strecke AB und der Punkt N liegt auf der Strecke AC, so dass  $\sphericalangle CBN = 60^\circ$  und  $\sphericalangle BCM = 50^\circ$ .

**Die Frage:** Wie groß ist der Winkel  $\sphericalangle BNM$ ?

- (A)  $15^\circ$       (B)  $20^\circ$       (C)  $25^\circ$       (D)  $30^\circ$       (E)  $35^\circ$