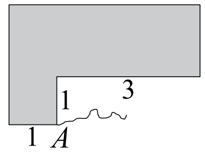
11. Eine Ziege wurde mit einem 2 m langen Seil an der Hausecke A befestigt. Benachbarte Wände stehen senkrecht zueinander. Die Zahlen geben die Längen der Wandstücke in m an (siehe Figur). Die Ziege grast die gesamte Fläche ab, die sie erreichen kann. Wie groß ist diese Fläche in m²?



<u>Lösungshinweis</u>: Die Ziege kann nirgendwo durch die Wand gehen.

(A) $\frac{9}{4}\pi$ **(B)** $2\pi+\sqrt{3}$ **(C)** $\frac{29}{12}\pi+\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(D)** $\frac{31}{12}\pi+\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(E)** $4\pi-1$

12. In wie viele dreiseitige Pyramiden (Tetraeder) kann ein Würfel zerschnitten werden?
<u>Lösungshinweise</u>: Außer dreiseitigen Pyramiden dürfen keine anderen Körper entstehen. Tetraeder müssen nicht regelmäßige Pyramiden sein.

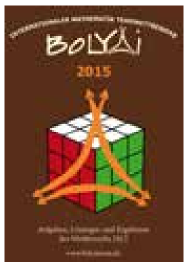
(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

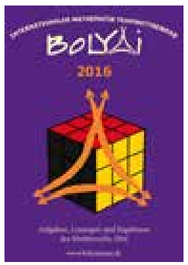
13. An einem Schachwettbewerb nahmen zwei Neuntklässler und einige Zehntklässler teil (aus anderen Klassenstufen gab es keine Teilnehmer). Jeder spielte gegen jeden genau ein Spiel. Ein Sieg ist 1 Punkt, ein Unentschieden 0,5 Punkte und eine Niederlage ist 0 Punkte wert. Die zwei Neuntklässler gewannen zusammen genau 8 Punkte. Jeder Zehntklässler erreichte dieselbe Punktzahl wie jeder andere Zehntklässler. **Die Frage**: Wie viele Zehntklässler konnten insgesamt am Wettbewerb teilgenommen haben?

(A) *weniger als 3* **(B)** *weniger als 5* **(C)** *weniger als 7*
(D) *weniger als 10* **(E)** *mehr als 12*

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Wir betrachten einen Kreis mit dem Durchmesser AB. Ein zweiter Kreis mit dem Mittelpunkt A schneidet die Strecke AB in C. Es gilt: $\overline{AC}<0,5\cdot\overline{AB}$.
Eine gemeinsame Tangente der zwei Kreise berührt den Kreis mit dem Durchmesser AB im Punkt D. Beweise: CD ist senkrecht zu AB.





Die Aufgaben, deren Lösungen und die Ergebnisse des Wettbewerbs von den Schuljahren 2014/2015 und 2015/2016 sind als Buch erschienen. Alle Lösungen wurden schülerfreundlich und ausführlich gestaltet. Das Buch kann unter <u>www.bolyaiteam.de</u> bestellt werden.

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Vizepräsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

2017

1. RUNDE

KLASSE 10

C. F. GAUSS J. BOLYAI

FÖRDERER DES WETTBEWERBS:
PROF. DR. FREUND TAMÁS
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Vizepräsident der Ungarischen Akademie

BEGRÜNDER DES WETTBEWERBS UND ERSTELLER DER AUFGABEN:
NAGY-BALÓ ANDRÁS, *Mathematiklehrer*

ÜBERSETZER DER AUFGABEN:
ATTILA FURDEK, *Mathematiklehrer*
VÁRADY FERENC, *Hochschulassistent*

LEKTOREN DER ÜBERSETZUNG:
MATTHIAS BENKESER, *Mathematiklehrer*
MICHAEL KNOTE, *Mathematiklehrer*

KOORDINATORIN:
RITA FESER, *Mathematiklehrerin*

BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATISCHEN SYSTEMS:
GEORG PROBST, *Informatiker*
TASSY GERGELY, *Mathematiklehrer*

www.bolyaiteam.de

Bolyai Team® **Klasse 10** **17. Januar 2017**

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

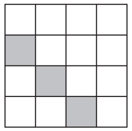
1. Von zwei verschiedenen positiven Zahlen ist bekannt: Wenn die kleinere Zahl um 1% und die größere um 4% erhöht wird, dann erhöht sich die Summe der zwei Zahlen um 3%. **Die Frage**: Um wie viel Prozent erhöht sich dabei die (positive) Differenz der zwei Zahlen?

(A) *um 1%* **(B)** *um 3%* **(C)** *um 5%* **(D)** *um 7%* **(E)** *um 9%*

2. In einem Dreieck ist eine Seite 17 cm, eine andere Seite 25 cm lang. Die zur dritten Seite gehörende Höhe ist 15 cm lang. Wie viele cm kann der Umfang des Dreiecks betragen?

(A) *50* **(B)** *54* **(C)** *57* **(D)** *60* **(E)** *70*

3. In jedes der Felder der 4×4 Tabelle soll eine der Zahlen 1, 2, 3 oder 4 so eingetragen werden, dass in jeder Zeile, in jeder Spalte und in den beiden Diagonalen der Tabelle alle vier Zahlen vorkommen. Was kann die Summe der drei Zahlen sein, die in der schraffierten Felder eingetragen werden?



(A) *8* **(B)** *9* **(C)** *10* **(D)** *11* **(E)** *12*

4. Auf einer Schipiste fahren zwei Schifahrer hintereinander. Sie haben beide eine Geschwindigkeit von 12 km/h und ihr Abstand beträgt 800 m. Nach einer gewissen Zeit erreichen sie eine schwierigere Strecke, auf der sie beide nur noch mit 8 km/h fahren können. Wie viele m Abstand können sie voneinander haben, während beide auf der schwierigeren Strecke fahren?
Lösungshinweis: Der hintere Schifahrer fährt die ganze Zeit in den Spuren des vorderen Schifahrers. Die Spuren verlaufen geradlinig.

(A) *mindestens 500* **(B)** *weniger als 600* **(C)** *mehr als 600*
(D) *weniger als 800* **(E)** *mehr als 800*

5. Für die von Null verschiedenen ganzen Zahlen a, b, c gilt $a+b+c=0$ und $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{n}$. Welche der aufgeführten Zahlen kann n sein?
Lösungshinweis: Die drei Zahlen a, b, c müssen nicht alle verschieden sein.

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

6. Eine zweistellige positive ganze Zahl n wurde zunächst mit 2 multipliziert. Im Ergebnis wurden dann zwei Ziffern vertauscht. Die so entstandene Zahl wurde schließlich durch 2 geteilt. Es entstand wieder die ursprüngliche Zahl n. **Die Frage**: Wie viele solche Zahlen n gibt es insgesamt?

(A) *0* **(B)** *4* **(C)** *mindestens 9* **(D)** *mindestens 14* **(E)** *mindestens 18*

7. Gesucht werden Beispiele von zehn (nicht unbedingt alle verschiedenen) reellen Zahlen, deren Produkt nicht Null ergibt. Außerdem gilt: Wenn alle zehn Zahlen um jeweils 1 verringert werden, ändert sich das Produkt nicht. Wie viele solche Beispiele gibt es insgesamt?
Lösungshinweis: Zwei Beispiele gelten dann als verschieden, wenn es (mindestens) eine Zahl gibt, die in den zwei Beispielen unterschiedlich oft vorkommt.

(A) *Genau eins.* **(B)** *Höchstens zwei.* **(C)** *Mindestens drei.*
(D) *Mindestens vier.* **(E)** *Keins, da es keine solchen Beispiele gibt.*

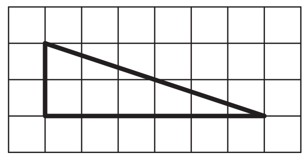
8. Zwei Dreiecke stimmen in allen drei Winkeln und in zwei Seiten überein. Dann gilt:

(A) *Die zwei Dreiecke sind in jedem Fall nicht kongruent.*
(B) *Die zwei Dreiecke sind in jedem Fall kongruent.*
(C) *Die zwei Dreiecke könnten kongruent sein.*
(D) *Die zwei Dreiecke könnten nicht kongruent sein.*
(E) *Aus den vorherigen Aussagen sind genau 2 richtig.*

9. Zunächst bilden wir eine erste Zahlenreihe, indem wir die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6 in einer beliebigen Reihenfolge aufschreiben. Nun bilden wir eine zweite Zahlenreihe von ebenfalls sechs Zahlen nach folgender Regel: Die Summe der ersten k Zahlen aus der ersten Zahlenreihe ergibt die k-te Zahl der zweiten Zahlenreihe, wobei k Werte zwischen 1 und 6 annimmt (Beispiel: Die Summe der ersten drei Zahlen aus der ersten Zahlenreihe ergibt die dritte Zahl der zweiten Zahlenreihe). **Die Frage**: Wie viele Primzahlen könnten sich insgesamt in der zweiten Zahlenreihe befinden?
Lösungshinweis: 1 ist keine Primzahl.

(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *5*

10. Gegeben ist das rechtwinklige Dreieck aus der Figur. Anna zeichnet weitere Dreiecke so auf das karierte Blatt, dass die folgenden drei Eigenschaften *gleichzeitig* erfüllt werden: 1. Das Ausgangsdreieck und jedes neue Dreieck haben eine gemeinsame Seite. 2. Es gibt keine Überlappungen zwischen dem Ausgangsdreieck und einem neuen Dreieck. 3. Das Ausgangsdreieck und jedes neue Dreieck bilden zusammen ein gleichschenkliges Dreieck. **Die Frage**: Wie viele unterschiedliche Dreiecke konnte Anna gezeichnet haben?



Lösungshinweis: Zwei neue Dreiecke sind unterschiedlich, wenn die zwei Gesamtfiguren, die aus dem Ausgangsdreieck und aus den neuen Dreiecken entstehen, nicht kongruent sind.

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

Achtung! Aufgaben 11-14 folgen auf der nächsten Seite.