

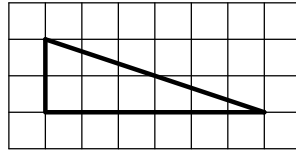
13.  $a, b, c$  und  $d$  sind positive reelle Zahlen. Welche der Werte kann der Term

$$\frac{a}{d+a+b} + \frac{b}{a+b+c} + \frac{c}{b+c+d} + \frac{d}{c+d+a}$$
 annehmen?

- (A)  $\frac{1}{2}$       (B) 1      (C)  $\frac{3}{2}$       (D) 2      (E) 3

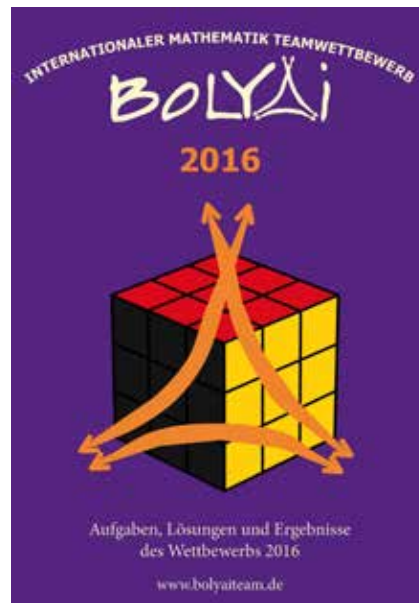
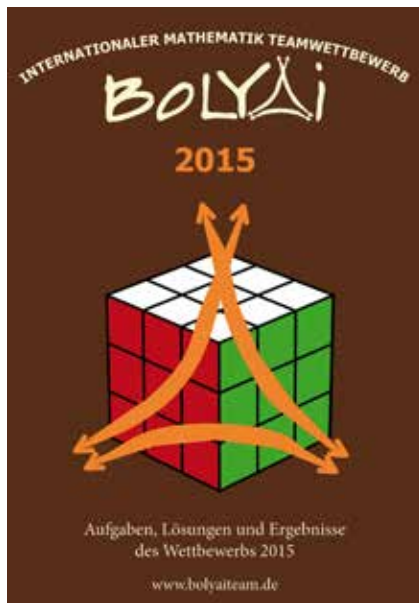
Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Gegeben ist das rechtwinklige Dreieck aus der Figur. Zeichnet *alle* Dreiecke auf das karierte Blatt, die die folgenden drei Eigenschaften *gleichzeitig* erfüllen: 1. Das Ausgangsdreieck und jedes neue Dreieck haben eine gemeinsame Seite.



2. Es gibt keine Überlappungen zwischen dem Ausgangsdreieck und einem neuen Dreieck. 3. Das Ausgangsdreieck und jedes neue Dreieck bilden zusammen ein gleichschenkliges Dreieck.

Lösungshinweis: Zwei neue Dreiecke sind unterschiedlich, wenn die zwei Gesamtfiguren, die aus dem Ausgangsdreieck und aus den neuen Dreiecken entstehen, nicht kongruent sind.



Die Aufgaben, deren Lösungen und die Ergebnisse des Wettbewerbs von den Schuljahren 2014/2015 und 2015/2016 sind als Buch erschienen. Alle Lösungen wurden schülerfreundlich und ausführlich gestaltet. Das Buch kann unter [www.bolyaiteam.de](http://www.bolyaiteam.de) bestellt werden.

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen.“

Prof. Dr. Freund Tamás

Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,  
Vizepräsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs

## BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®



C. F. GAUSS

2017

1. RUNDE

KLASSE 11



J. BOLYAI

FÖRDERER DES WETTBEWERBS:

PROF. DR. FREUND TAMÁS

Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,  
Vizepräsident der Ungarischen Akademie

BEGRÜNDER DES WETTBEWERBS UND ERSTELLER DER AUFGABEN:

NAGY-BALÓ ANDRÁS, Mathematiklehrer

ÜBERSETZER DER AUFGABEN:

ATTILA FURDEK, Mathematiklehrer

VÁRADY FERENC, Hochschulassistent

LEKTOREN DER ÜBERSETZUNG:

MATTHIAS BENKESER, Mathematiklehrer

MICHAEL KNOTE, Mathematiklehrer

KOORDINATORIN:

RITA FESER, Mathematiklehrerin

BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATISCHEN SYSTEMS:

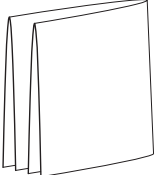
GEORG PROBST, Informatiker

TASSY GERGELY, Mathematiklehrer



[www.bolyaiteam.de](http://www.bolyaiteam.de)

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Sophie hat ein Blatt Papier zweimal gefaltet: Zuerst entlang einer waagerechten und anschließend entlang einer senkrechten Linie. Das Papier sieht nun so aus wie in der Figur. Sophie nimmt jetzt eine Schere und zerschneidet es mit einem geraden Schnitt. In wie viele Teile könnte das Papier zerfallen?
- 
- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6
2. Für welche der unten aufgeführten Aussagen lassen sich drei reelle Zahlen  $a$ ,  $b$ ,  $c$  mit  $a < b < c$  finden, für die die Aussage zutrifft?
- (A)  $a^2 < b^2 < c^2$  (B)  $b^2 < c^2 < a^2$  (C)  $b^2 < a^2 < c^2$   
 (D)  $c^2 < b^2 < a^2$  (E)  $c^2 < a^2 < b^2$
3. Bei der Planung eines Ausfluges ging man davon aus, dass die Anzahl der Mädchen 25% der Anzahl der Jungen ausmachen wird. Da aber ein Mädchen ihre Teilnahme absagte und statt ihr ein Junge einsprang, betrug die Anzahl der Mädchen nur noch 20% der Anzahl der Jungen. **Die Frage:** Wie viele Schülerinnen und Schüler konnten insgesamt an dem Ausflug teilgenommen haben?
- (A) 24 (B) 26 (C) 28 (D) 30 (E) 32
4. Alle Eckpunkte eines Vielecks sind Gitternetzpunkte *und* alle Seiten des Vielecks sind gleich lang. Wie viele Seiten kann ein solches Vieleck insgesamt haben?
- (A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 12
5. Das Produkt dreier ganzer Zahlen ist nicht Null. Wenn man alle drei Zahlen um 1 verkleinert, erhält man dasselbe Produkt. Welche der aufgeführten Zahlen können unter den ursprünglichen drei ganzen Zahlen vorkommen?
- (A) -15 (B) -8 (C) 1 (D) 7 (E) Keine dieser Antworten.
6. Im spitzwinkligen Dreieck  $ABC$  ist  $\sphericalangle A = 60^\circ$  und  $\overline{BC} = 10$  cm. Der Lotfußpunkt der Höhe von  $B$  auf  $AC$  sei  $B'$ , der Lotfußpunkt der Höhe von  $C$  auf  $AB$  sei  $C'$ . Der Mittelpunkt der Strecke  $BC$  sei  $F$ . Welche der folgenden Aussagen trifft dann zu?
- (A)  $\overline{B'C'} < 5$  cm (B)  $\overline{B'C'} = 5$  cm (C)  $\overline{B'C'} > 5$  cm  
 (D) Das  $\triangle FB'C'$  ist gleichschenkelig. (E) Das  $\triangle FB'C'$  ist gleichseitig.

7. Für die ganzen Zahlen  $x$ ,  $y$  gilt  $x^4 = y^2 + 71$ . Wie viel kann  $x + y$  sein?
- (A) -29 (B) 25 (C) 29 (D) 35 (E) 41
8. Wie viele Punkte lassen sich in der Ebene finden, die folgende Eigenschaft haben: Beliebige drei dieser Punkte bilden ein gleichschenkliges Dreieck.
- (A) 4 Punkte (B) 5 Punkte (C) 6 Punkte (D) 7 Punkte (E) 8 Punkte
9. Ein schlauer König stellt für seine Leibgarde 33 neue Soldaten ein, denen er insgesamt 240 Gulden verspricht. Der König vereinbart jedoch folgende Verteilung der 240 Gulden: Er teilt die 33 Soldaten so in Gruppen ein, dass er die 240 Gulden gleichmäßig auf diese Gruppen verteilen kann, ohne dass etwas übrigbleibt. Die Soldaten verteilen anschließend innerhalb jeder Gruppe die Gulden ebenfalls gleichmäßig untereinander. Wenn dabei etwas übrig bleibt, müssen sie es dem König zurückgeben. **Die Frage:** Was ist die größte Anzahl von Gulden, die der schlaue König zurückbekommen kann?
- Lösungshinweis: Die Gulden dürfen nicht zerschnitten werden.
- (A) 27 (B) 28 (C) 29 (D) 30 (E) 31
10. Ein Quadrat mit Seitenlänge 1 m wird mit einem gleichschenkligen Dreieck umschrieben. Die Grundseite des Dreiecks und eine Seite des Quadrates liegen auf einer gemeinsamen Geraden. Wie viele  $m^2$  groß kann der Flächeninhalt eines solchen Dreiecks sein?
- (A) 1 (B) 1,5 (C) 2 (D) 8 (E) 2017
11. Ein  $8 \times 8$  Schachbrett soll so in  $n$  Rechtecke zerlegt werden, dass folgende Bedingungen gleichzeitig erfüllt sind: 1. Kein Feld darf durchgeschnitten werden. 2. Jedes Rechteck enthält genauso viele weiße wie schwarze Felder. 3. Es gibt keine zwei Rechtecke mit derselben Anzahl von weißen Feldern. **Die Frage:** Für welche der aufgeführten Werte von  $n$  ist dies möglich?
- Lösungshinweis: Auf dem Schachbrett wechseln sich die weißen und die schwarzen Felder ab. Das Eck unten rechts ist weiß.
- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9
12. Ein Soldat soll ein Gelände, das die Form eines gleichseitigen Dreiecks hat, auf Minen untersuchen. Sein Minensuchgerät kann Minen in einem Radius von 100 m erkennen. Die Höhe des Dreiecks beträgt 200 m. Der Soldat fängt bei einem Eckpunkt des Dreiecks mit der Suche an. **Die Frage:** Wie viele m lang ist der kürzeste Weg des Soldaten, der ausreicht, um das ganze Gelände (einschließlich der Begrenzungslinien) auf Minen zu untersuchen?
- Lösungshinweis: Die Frage bezieht sich auf die unten aufgeführten Zahlen.
- (A) 100 (B) 110 (C) 200 (D) 210 (E) 220