12. Eine positive ganze Zahl heißt *glücklich*, wenn
I. Sie als Summe von (nicht unbedingt verschiedenen) positiven ganzen Zahlen dargestellt werden kann *und*
II. Die Summe der Kehrwerte der Summanden aus I. die Zahl 1 ergibt.

Beispiel: 11 ist glücklich, da $11 = 2 + 3 + 6$ und $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$.

Frage: Welche der aufgeführten Zahlen sind glücklich?

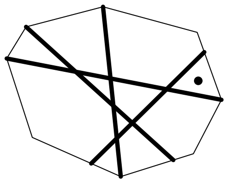
(A) *4* **(B)** *6* **(C)** *8* **(D)** *9* **(E)** *24*

13. Mit einer positiven zweistelligen Zahl führt man Folgendes durch:
I. Man multipliziert die Zahl mit 2.
II. Im Ergebnis von I. vertauscht man zwei Ziffern.
III. Das Ergebnis von II. teilt man durch 2.
Das Ergebnis von III. soll wieder die ursprüngliche Zahl ergeben.
Die Frage: Mit wie vielen zweistelligen Zahlen gelingt dies insgesamt?

(A) *0* **(B)** *4* **(C)** *mindestens 9* **(D)** *mindestens 14* **(E)** *mindestens 18*

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Die Figur zeigt einen Garten mit vier Wegen (die **fett** eingezeichneten Strecken). Im Garten steht ein Baum (er wurde durch den Punkt dargestellt). Euer Auftrag besteht darin, 3 weitere Bäume so zu pflanzen, dass auf beiden Seiten der vier Wege je genau 2 Bäume stehen. Zeichnet 7 unterschiedliche Möglichkeiten!
Fertigt für jede der 7 Möglichkeiten eine getrennte Figur an!



„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Vizepräsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

C. F. GAUSS

2018
1. RUNDE
KLASSE 7

J. BOLYAI

FÖRDERER DES WETTBEWERBS:
PROF. DR. FREUND TAMÁS
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Vizepräsident der Ungarischen Akademie

BEGRÜNDER DES WETTBEWERBS UND ERSTELLER DER AUFGABEN:
NAGY-BALÓ ANDRÁS, *Mathematiklehrer*

ÜBERSETZER DER AUFGABEN:
ATTILA FURDEK, *Mathematiklehrer*

LEKTOREN DER ÜBERSETZUNG:
MATTHIAS BENKESER, *Mathematiklehrer*

KOORDINATORIN:
RITA FESER, *Mathematiklehrerin*

BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATISCHEN SYSTEMS:
GEORG PROBST, *Informatiker*
TASSY GERGELY, *Mathematiklehrer*

www.bolyaiteam.de / www.bolyaiteam.at

Bolyai Team® **Klasse 7** **16. Januar 2018**

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Jemand hat die Länge eines Rechtecks um 77 cm erhöht und die Breite um 1 cm verringert. Der Flächeninhalt des Rechtecks

(A) *nahm dabei auf jeden Fall zu.* **(B)** *nahm dabei auf jeden Fall ab.*

(C) *kann dabei unverändert geblieben sein.*

(D) *muss dabei nicht zugenommen haben.*

(E) *muss dabei nicht abgenommen haben.*

2. Jemand hat die größte vierstellige Zahl aufgeschrieben, die keine zwei gleiche Ziffern hat und die durch 7 teilbar ist. Welche der aufgeführten Ziffern kommen in dieser Zahl vor?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *3* **(D)** *6* **(E)** *8*

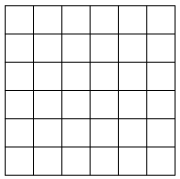
3. In der Ebene sind 8 (verschiedene) Punkte angegeben. 4 von ihnen liegen auf einer Geraden. Von den anderen vier Punkten (die nicht auf dieser Geraden liegen) gibt es keine drei, die auf einer Gerade liegen. Wie viele verschiedene Geraden gibt es insgesamt, die durch jeweils mindestens 2 der 8 Punkte verlaufen?

(A) *15* **(B)** *17* **(C)** *19* **(D)** *23* **(E)** *24*

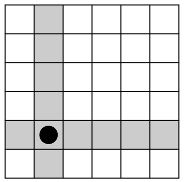
4. Ein Rechteck hat die Breite 18 cm und die Länge 24 cm. Jemand ändert (verlängert oder verkürzt) sowohl die Breite als auch die Länge. Die eine Änderung (Verlängerung oder Verkürzung) ist zweimal so groß wie die andere. Aus dem Rechteck entsteht ein Quadrat. **Die Frage**: Wie viele cm lang kann die Seite dieses Quadrates sein?

(A) *12* **(B)** *16* **(C)** *20* **(D)** *22* **(E)** *30*

5. Jemand stellt auf einem 6×6 Schachbrett (*Figur 1*) 9 Türme auf. Türme können sich in der Zeile und der Spalte bewegen, in denen sie stehen. In *Figur 2* wurden jene Felder schraffiert, die durch einen Turm bedroht werden.



Figur 1



Figur 2

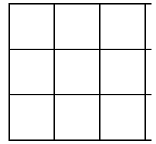
Die Frage: Wie viele Felder des Brettes kann es insgesamt geben, die von keinem der 9 Türme bedroht werden?

(A) *1* **(B)** *4* **(C)** *6* **(D)** *8* **(E)** *9*

6. Jemand betrachtet zwei ganze Zahlen a und b, für die $a+b=100$ gilt. Er berechnet nun mit diesen Zahlen den Term $7a+3b$. Welche der unten aufgeführten Zahlen kann er als Ergebnis erhalten?

(A) *256* **(B)** *310* **(C)** *343* **(D)** *356* **(E)** *10 000*

7. Jemand hat die Felder einer 3×3 Tabelle so mit natürlichen Zahlen gefüllt, dass die Summe zweier benachbarter Zahlen stets 3 ist. Wie viel kann die Summe der neun Zahlen der Tabelle betragen?



<u>Bemerkung</u>: Zwei Zahlen sind dann benachbart, wenn ihre Felder eine gemeinsame Seite besitzen.

(A) *12* **(B)** *13* **(C)** *14* **(D)** *15* **(E)** *16*

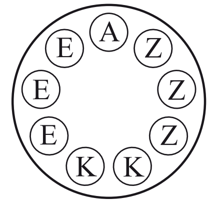
8. Alle Winkelweiten eines Dreiecks sind Primzahlen (in Grad gemessen). Wie viele solche Dreiecke gibt es insgesamt?

<u>1. Bemerkung</u>: Die Reihenfolge der drei Primzahlen spielt keine Rolle.

<u>2. Bemerkung</u>: Eine Primzahl hat genau 2 Teiler: Die 1 und sich selbst.

(A) *4* **(B)** *5* **(C)** *6* **(D)** *7* **(E)** *8*

9. Auf einen Teller hat man 9 runde Dosen gestellt: 3 mit Erdbeeren (E), 3 mit Zwetschgen (Z), 2 mit Kirschen (K) und eine mit Aprikosen (A). Man kann den Dosen ihren Inhalt nicht ansehen, sie sehen alle gleich aus und sind gleichmäßig verteilt (siehe Figur). Diana kennt die Anordnung der Dosen. Da der Teller aber in ihrer Abwesenheit gedreht wurde, weiß sie nun nicht mehr, in welcher Dose sich welche Frucht befindet.



Die Frage: Was ist die kleinste Anzahl von Dosen, die Diana öffnen muss, um mit Sicherheit sagen zu können, in welcher Dose die Aprikosen sind?

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

10. Im Dreieck ABC beträgt die Weite des Winkels $\sphericalangle ACB$ 120°. Die Punkte D und E liegen im Inneren des Dreiecks. C wird mit D und mit E verbunden. Sowohl CD als auch CE halbieren irgendeinen der entstandenen Winkel aus dem Inneren des Dreiecks mit der Spitze C.
Die Frage: Wie groß kann der Winkel $\sphericalangle ACE$ sein?

(A) *30°* **(B)** *40°* **(C)** *60°* **(D)** *80°* **(E)** *90°*

11. Auf eine Geburtstagsparty kommen nach 20:00 Uhr immer noch einzelne Gäste an. Jeder neue Gast gibt allen bereits anwesenden Gästen die Hand. Insgesamt gab es 30 solche Händedrücke nach 20:00 Uhr. **Die Frage**: Wie viele Gäste können insgesamt nach 20:00 Uhr angekommen sein?

(A) *2* **(B)** *3* **(C)** *4* **(D)** *5* **(E)** *6*

Achtung! Aufgaben 12-14 folgen auf der nächsten Seite.