

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen.“

Prof. Dr. Freund Tamás

*Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Vizepräsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs*

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®



C. F. GAUSS

2019

FINALE

KLASSE 11



J. BOLYAI

FÖRDERER DES WETTBEWERBS:

PROF. DR. FREUND TAMÁS

*Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Vizepräsident der Ungarischen Akademie*

BEGRÜNDER DES WETTBEWERBS UND ERSTELLER DER AUFGABEN:

NAGY-BALÓ ANDRÁS, Mathematiklehrer

ÜBERSETZER DER AUFGABEN:

ATTILA FURDEK, Mathematiklehrer

LEKTOR DER ÜBERSETZUNG:

MATTHIAS BENKESER, Mathematiklehrer

KOORDINATORIN:

RITA FESER, Mathematiklehrerin

BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATISCHEN SYSTEMS:

GEORG PROBST, Informatiker

RÓBERT CSUKA, Elektroingenieur



www.bolyaiteam.at / www.bolyaiteam.de

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.

Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Jemand ordnet den acht Ecken eines Würfels die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 zu (jedem Eck eine andere Zahl). Damit sind jeder Seitenfläche des Würfels die vier Zahlen an den zugehörigen Ecken zugeordnet. Notiert man für die Seitenflächen des Würfels diese vier Zahlen (in aufsteigender Reihenfolge), erhält man: (1,2,5,8), (3,4,6,7), (2,4,5,7), (1,3,6,8), (2,3,7,8) und (1,4,5,6). Den Ecken an einer bestimmten Raumdiagonalen sind zwei Zahlen zugeordnet. Eine dieser Zahlen ist die 2.

Die Frage: Welche kann die andere Zahl sein?

(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

2. Im 1. Schritt bildet man aus den Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 die größte achtstellige Zahl, bei der die Summe von je zwei benachbarten Ziffern stets eine Primzahl ist.

Im 2. Schritt bildet man aus den Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 die kleinste achtstellige Zahl, bei der die Summe von je zwei benachbarten Ziffern stets eine Primzahl ist.

Im 3. Schritt bildet man die Differenz der Zahlen aus dem 1. und 2. Schritt.

Die Frage: Welche Ziffer kann in dieser Differenz vorkommen?

Bemerkung: In den beiden Zahlen aus dem 1. und 2. Schritt kommt jede der acht Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 genau einmal vor.

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

3. Im konvexen Viereck $ABCD$ gilt:

I. $\overline{AB} + \overline{BD} + \overline{DC}$ beträgt höchstens 2 cm.

und

II. Der Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$ beträgt $0,5 \text{ cm}^2$.

Die Frage: Wie viele cm lang kann die Diagonale AC sein?

(A) $\sqrt{2}$ (B) weniger als 1,5 (C) 1,5 (D) $\sqrt{3}$ (E) mehr als $\sqrt{3}$

4. Alle vier Eckpunkte des Parallelogramms $ABCD$ befinden sich auf derselben Seite einer Ebene E . Der Abstand von A zu E ist 4 cm, der Abstand von B zu E ist 6 cm und der Abstand von C zu E ist 8 cm. Die (senkrechte) Projektion des Parallelogramms $ABCD$ auf die Ebene E ist das Viereck $A'B'C'D'$. Dieses Viereck hat den Flächeninhalt 10 cm^2 . **Die Frage:** Wie viele cm^3 kann das Volumen des Körpers $ABCD A'B'C'D'$ sein?

(A) 40 (B) 56 (C) 60 (D) 80 (E) 120

5. In jedem Feld einer 13×13 Tabelle steht eine Zahl. Wenn man die Summen der Zahlen in den 13 Reihen und in den 13 Spalten berechnet, stellt man fest: Alle 26 Summen sind gleich. Man ändert nun einige der Zahlen der Tabelle so, dass unter den neu berechneten 26 Summen keine zwei gleich sind.

Die Frage: Wie viele Zahlen kann man ändern, wenn die obige Bedingung in jedem Fall erfüllt werden muss (also unabhängig davon, welche Zahlen am Anfang in der Tabelle waren)?

(A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18 (E) 19