

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen.“

Prof. Dr. Freund Tamás

Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Präsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®



C. F. GAUSS

2021

FINALE

KLASSE 12

SCHULSTUFE 12



J. BOLYAI

**FÖRDERER DES WETTBEWERBS:
PROF. DR. FREUND TAMÁS**

*Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Präsident der Ungarischen Akademie*

**BEGRÜNDER DES WETTBEWERBS UND ERSTELLER DER AUFGABEN:
NAGY-BALÓ ANDRÁS, Mathematiklehrer**

**ÜBERSETZER DER AUFGABEN:
ZSUZSANNA WERNER, Mathematiklehrerin**

**LEKTOR DER ÜBERSETZUNG:
THOMAS WILHELM SCHWARZER, Mathematiklehrer**

**KOORDINATOR:
THOMAS WILHELM SCHWARZER, Mathematiklehrer**

**BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATISCHEN SYSTEMS:
GEORG PROBST, Informatiker
RÓBERT CSUKA, Elektroingenieur**



www.bolyaiteam.at / www.bolyaiteam.de

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf der Webseite mit X.**Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.**

1. Es gibt 12 Felder rundherum auf einem Spielbrett. Auf vier benachbarten Feldern stehen vier verschiedenfarbige Figuren in dieser Reihenfolge: rot, gelb, lila, blau. Diese Reihenfolge wird kurz mit den Buchstaben *RGLB* bezeichnet. Jede Figur darf sich in eine beliebige Richtung zu einem fünften Feld bewegen, d. h. durch Überspringen von vier Feldern auf einem fünften Feld landen, vorausgesetzt, dieses Feld ist frei. Nach einer bestimmten Anzahl von Schritten befinden sich die Figuren wieder auf den Anfangsfeldern, aber in einer anderen Reihenfolge. Welche Reihenfolge können die Figuren jetzt annehmen? Überprüft die Angaben!

(A) *LBGR* (B) *GRBL* (C) *BLGR* (D) *LGBR* (E) *GBRL*

2. Abel schrieb einige verschiedene ganze Zahlen an die Tafel. Diese Zahlen sind so gewählt, dass die Summe aus zwei beliebigen Zahlen entweder eine Primzahl oder eine Zweierpotenz ist. Wie viele Zahlen konnte Abel aufschreiben?

(Eine Primzahl ist eine positive ganze Zahl, die genau zwei Teiler hat, z.B. 2, 7, 37. Eine Zweierpotenz ist eine positive ganze Zahl, die als Potenz mit der Basis 2 dargestellt werden kann, z.B. $8 = 2^3$ oder $64 = 2^6$.)

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

3. Eine Zahlenfolge a_n entsteht nach dem folgenden Bildungsgesetz: Für alle natürliche Zahlen n ist $a_{n+5} + a_{n+1} = a_{n+4} + a_n$, und für alle $1 \leq n \leq 5$ gilt $a_n = n^2$. Bestimmt den Wert von a_{2021} .

(A) 4 (B) 16 (C) 17 (D) 22 (E) Keiner der vorgegebenen Werte.

4. Wir betrachten ausschließlich diejenigen Dreiecke, deren Seitenlängen natürliche Zahlen sind. Wie viele Dreiecke gibt es unter diesen Dreiecken maximal, bei denen die Maßzahlen für den Umfang und den Flächeninhalt übereinstimmen? (Zur Hilfe: Sind die Seitenlängen eines Dreiecks a, b, c und der halbe Umfang p , so gilt für den Flächeninhalt $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.)

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) Mehr als 5

5. In einer Ebene sind 6 verschiedene Punkte so gegeben, dass keine drei von ihnen auf einer Geraden liegen und keine vier sich auf dem Umfang eines Kreises befinden. Untersuchen wir nun die Dreiecke, die aus diesen 6 Punkten entstehen können. Jedes der Dreiecke besitzt einen Umkreis. Wie viele Dreiecke könnten wir insgesamt aus diesen Umkreismittelpunkten bilden? (Die Eckpunkte der Dreiecke müssen unter den gegebenen und beschriebenen Punkten sein.)

(A) 1024 (B) 1080 (C) 1110 (D) 1125 (E) 1140