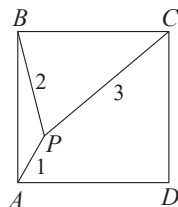


12. P ist ein Punkt im Inneren des Quadrates $ABCD$. Für P gelten folgende Zusammenhänge: $|\overline{AP}| = 1m$; $|\overline{BP}| = 2m$; $|\overline{CP}| = 3m$. Bestimmt die Größe des Winkels $\sphericalangle APB$.



(A) 90° (B) 115° (C) 120° (D) 135° (E) 150°

13. Wenn das Schiff das gleiche Alter erreicht, wie der Kapitän jetzt hat, dann wird der Kapitän um 32 Jahre älter sein als das Schiff zu dem Zeitpunkt war, als der Kapitän die Hälfte des jetzigen Alters des Schiffes hatte. Wie alt kann der Kapitän sein, wenn wir wissen, dass er älter als das Schiff ist? (Achtung, das Alter muss nicht unbedingt eine natürliche Zahl sein!)

(A) 15 (B) 24 (C) 32 (D) 48 (E) 64

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Löst das Gleichungssystem über der Grundmenge der reellen Zahlen.

$$\begin{cases} (x+1)(y+1)(z+1) = xyz + 1 \\ (x+2)(y+2)(z+2) = xyz + 2 \end{cases}$$

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen.“

Prof. Dr. Freund Tamás

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®



C. F. GAUSS

2022

1. RUNDE

KLASSE 11
(DEUTSCHLAND)

SCHULSTUFE 11
(ÖSTERREICH)



J. BOLYAI

FÖRDERER DES WETTBEWERBS:

PROF. DR. FREUND TAMÁS

Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Präsident der Ungarischen Akademie

Begründer des Wettbewerbs und Ersteller der Aufgaben:

NAGY-BALÓ ANDRÁS, Mathematiklehrer

ÜBERSETZER DER AUFGABEN:

ZSUZSANNA WERNER, Mathematiklehrerin

LEKTOR DER ÜBERSETZUNG:

THOMAS WILHELM SCHWARZER, Mathematiklehrer

KOORDINATORIN:

ZSUZSANNA WERNER, Mathematiklehrerin

BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATIK-SYSTEMS:

GEORG PROBST, Informatiker

RÓBERT CSUKA, Elektroingenieur



www.bolyaiteam.at / www.bolyaiteam.de

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Eine Gruppe von Ausflüglern kam an einem Fluss an. Am Anfang schwammen 12 Personen von ihnen zum anderen Ufer, später schwamm noch die Hälfte der zurückgebliebenen Personen rüber. So befanden sich auf dem gegenüberliegenden Ufer doppelt so viele Personen wie auf der Ankunftsseite der Ausflüglerguppe. Aus wie vielen Personen bestand die Gruppe der Ausflügler insgesamt?

- (A) 28 (B) 30 (C) 32 (D) 34 (E) 36

2. Wie groß ist die Summe der Ziffern, wenn wir die Zahl $2021 \cdot 2^{2021} \cdot 5^{2022}$ im Dezimalsystem notieren?

- (A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 2021 (E) Keiner der angegebenen Werte.

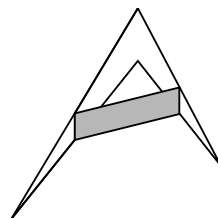
3. Wir bewegen eine Figur auf dem 8×8 -Schachbrett so: Wir starten auf dem Feld links unten, die Figur kann je ein Feld nach rechts oder nach oben vorankommen, das Ziel ist das Feld rechts oben. Wie viele Wege kann man insgesamt so finden, dass die Figur während ihrer Bewegung eines der mittleren vier Felder betritt?

- (A) 525 (B) 1225 (C) 1800 (D) 2450 (E) 2500

4. Wir verbinden die Seitenmittelpunkte eines konkaven Vierecks. Dabei entsteht ein neues Viereck; betrachtet hierzu das Bild. Bestimmt das Verhältnis der Flächeninhalte des neuen und ursprünglichen Vierecks.

- (A) 1:4 (B) 1:3 (C) 1:2 (D) 3:4

(E) Die beiden Flächen sind gleich groß.



5. 53 Ostereier werden in drei gleiche Tüten so verteilt, dass sich in jeder Tüte eine unterschiedliche Anzahl von den Eiern befindet, aber in beliebigen zwei der Tüten die Anzahl der Eier zusammen mehr ist als in der übrigen dritten Tüte. Wie viele Möglichkeiten gibt es insgesamt, die Tüten zu befüllen? (Die Tüten dürfen nicht ineinander gesteckt werden.)

- (A) 50 (B) 51 (C) 52 (D) 53 (E) 54

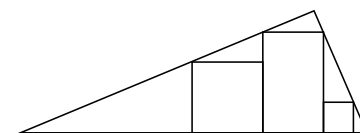
6. Die Seitenebenen eines Tetraeders teilen den Raum in 15 Bereiche/Teilräume auf. Wie viele von diesen kann eine Gerade durchqueren?

- (A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9 (E) 11

7. Jemand bekommt ein Radio, das mit zwei 1,5 V Batterien betrieben werden kann. Er schaut nach, ob er zwei solche Batterien finden kann. In einer Schublade entdeckt er 8 Batterien in einer bereits geöffneten Packung. Offenbar wurden auch die nicht mehr funktionstüchtigen Batterien in die Packung zurückgelegt. Es bleibt ihm nichts anderes übrig als alle Batterien durchzuprobieren. Wenn er Glück hat, dann legt er zwei gute Batterien ins Radio, das dann funktioniert. Wenn er Pech hat, dann spielt das Radio nicht, d.h. mindestens eine der beiden Batterien ist schlecht. Nehmen wir an, dass unter den 8 Batterien genau 4 schlecht sind. Mit wie vielen Versuchen kann man sicher sein, dass das Radio funktioniert? Untersucht die Angaben!

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10

8. Wir zeichnen spontan in ein rechtwinkliges Dreieck ein Rechteck und zwei Quadrate hinein. Die Höhe des Rechtecks sei d , die Höhen der Quadrate seien a bzw. b . Entscheidet, welche der folgenden Behauptungen wahr sein können:



(A) Es kann sein, dass $d > a + b$ ist. (B) Es kann sein, dass $d = a + b$ ist.

(C) Es kann sein, dass $d < a + b$ ist. (D) $d < a + b$ gilt immer.

(E) $d = a + b$ gilt immer.

9. Die Schlümpfe besitzen einen Wald mit 1280 Tannen. Die Größe des Waldes ist $1001 \text{ m} \times 945 \text{ m}$, die Bäume haben ohne Ausnahme einen Durchmesser von 1 m. Die Schlümpfe möchten $20 \text{ m} \times 34 \text{ m}$ große Spielfelder im Wald so abstecken, dass dabei kein einziger Baum gefällt werden muss. Wie viele Spielplätze können so sicher abgesteckt werden? Beurteilt diesbezüglich die Angaben.

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

10. Die Seitenflächen einer quadratischen Pyramide sind gleichseitige Dreiecke. Die Kantenlänge der Pyramide ist 10 cm. Wir legen auf eine der Seitenflächen ein regelmäßiges Tetraeder mit der Kantenlänge 10 cm. Grundfläche des Tetraeders und die Seitenfläche der Pyramide bedecken sich vollständig. Bestimmt die Anzahl der Seitenflächen des neuen Körpers.

- (A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

11. Anna gibt einige unterschiedliche positive ganze Zahlen an. Wählt sie beliebig zwei (x, y) von diesen so aus, dass $x > y$ ist, dann gilt $x - y \geq \frac{xy}{25}$. Wie viele Zahlen konnte Anna vorgegeben haben?

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 11

Achtung! Die Aufgaben 12-14 folgen auf der nächsten Seite.