„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen.“

Prof. Dr. Freund Tamás

Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Präsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

C. F. GAUSS

2023

FINALE

KLASSE 12
SCHULSTUFE 12

J. BOLYAI

FÖRDERER DES WETTBEWERBS:
PROF. DR. FREUND TAMÁS
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Präsident der Ungarischen Akademie

BEGRÜNDER DES WETTBEWERBS UND ERSTELLER DER AUFGABEN:
NAGY-BALÓ ANDRÁS, *Mathematiklehrer*

ÜBERSETZER DER AUFGABEN:
ZSUZSANNA WERNER, *Mathematiklehrerin*

LEKTOR DER ÜBERSETZUNG:
THOMAS WILHELM SCHWARZER, *Mathematiklehrer*

KOORDINATOR:
THOMAS WILHELM SCHWARZER, *Mathematiklehrer*

BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATISCHEN SYSTEMS:
GEORG PROBST, *Informatiker*
RÓBERT CSUKA, *Elektroingenieur*

www.bolyaiteam.at / www.bolyaiteam.de

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Einige Kinder sitzen an einem runden Tisch. Zwei Kinder gelten als „nahe beieinander“, wenn sie nebeneinander sitzen oder wenn nur ein Kind zwischen ihnen sitzt. Die Kinder wollen ihre Plätze vertauschen, so dass beliebige zwei Kinder, die vorher als „nahe beieinander“ galten, nach der Neuordnung nicht mehr als solche gelten. Mit wie vielen Kinder kann man diese Arte der Bewegung verwirklichen?

(A) *8* **(B)** *9* **(C)** *10* **(D)** *11* **(E)** *12*

2. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

(A) *Es gibt eine rationale Zahl so, dass wir aus ihrer Dezimalform nach Weglassen einiger Ziffern* π *erhalten.*

(B) *Für jeden inneren Punkt P eines beliebigen Dreiecks ABC gilt die Ungleichung* $\left|\overline{PA}\right|+\left|\overline{PB}\right|<\left|\overline{CA}\right|+\left|\overline{CB}\right|$.

(C) *Für jeden inneren Punkt P eines beliebigen Tetraeders ABCD gilt die Ungleichung* $\left|\overline{PA}\right|+\left|\overline{PB}\right|+\left|\overline{PC}\right|<\left|\overline{DA}\right|+\left|\overline{DB}\right|+\left|\overline{DC}\right|$.

(D) *Wenn x und y reelle Zahlen ungleich Null sind und* $x^2 - x > y^2$ *und* $y^2 - y > x^2$ *gelten, dann ist* $xy < 0$.

(E) *Wenn x und y reelle Zahlen ungleich Null sind und* $x^4 - y^4 > x$ *und* $y^4 - x^4 > y$ *gelten, dann ist* $x^3 + y^3 < 0$.

3. Die Katheten eines gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecks sind 24 *cm* lang. Wir zeichnen ausgehend vom rechtwinkligen Eckpunkt eine unendliche Reihe verbundener gleichseitiger Dreiecke auf einer der Katheten so, dass ein Eckpunkt der gleichseitigen Dreiecke immer auf der Hypotenuse liegt und die diesem Eckpunkt gegenüberliegenden Seiten die Kathete ausfüllen. Wie viele cm^2 ist die Summe der Flächen dieser gleichseitigen Dreiecke?

(A) *100* **(B)** *mehr als 100* **(C)** *weniger als 144*
(D) *144* **(E)** *mehr als 144*

4. Wir definieren die Summe einer Zahlenmenge als die Summe ihrer Elemente. *S* sei eine Teilmenge der Menge der ersten 15 natürlichen Zahlen. Wenn die Summe zweier beliebiger disjunkter Teilmengen von *S* unterschiedlich ist, wie lautet dann die Summe von *S*? (Zwei Mengen sind disjunkt, wenn sie keine gemeinsamen Elemente besitzen.)

(A) *61* **(B)** *62* **(C)** *63* **(D)** *64* **(E)** *65*

5. Wie groß kann die Fläche eines rechteckigen Querschnitts aus einem regelmäßigen Tetraeder mit einer Kantenlänge von 1 *cm* sein?

(A) $0{,}1\ cm^2$ **(B)** $0{,}2\ cm^2$ **(C)** $0{,}25\ cm^2$ **(D)** $0{,}5\ cm^2$ **(E)** $0{,}75\ cm^2$