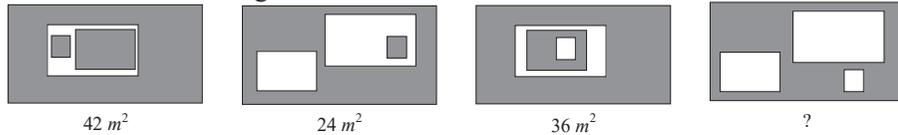


12. Lia hat vier Zahlen notiert, die folgende besondere Eigenschaft besitzen: Addiert man zu einer der Zahlen das Produkt der übrigen drei Zahlen, so erhält man jedes Mal das Ergebnis 2. Welche der unten angegebenen Zahlen konnte Lia notiert haben?

(A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 2 (E) 3

13. Wir haben vier rechteckige Teppiche in verschiedenen Größen. Eine Seite des Teppichs ist grau und die andere Seite ist weiß. Wir haben die Teppiche in vier verschiedenen Anordnungen gestapelt, wie in der Abbildung gezeigt. In den ersten drei Fällen wissen wir, wie groß die graue Fläche ist, die wir sehen: 42 m^2 , 24 m^2 und 36 m^2 . Wie viele Quadratmeter graue Fläche sind in der vierten Anordnung zu sehen?



(A) 12 m^2 (B) 14 m^2 (C) 16 m^2 (D) 18 m^2 (E) 20 m^2

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Kann man einige kleine Würfel mit einem Volumen von jeweils 1 cm^3 zu einem nichthohlen Körper zusammenkleben, so dass $V = \frac{5}{4}A$ für die Maßzahlen des Volumens V (in cm^3) und der Oberfläche A (in cm^2) erfüllt ist?

„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen.“

Prof. Dr. Freund Tamás

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®



C. F. GAUSS

2024

1. RUNDE

KLASSE 12

(DEUTSCHLAND)

SCHULSTUFE 12

(ÖSTERREICH)



J. BOLYAI

FÖRDERER DES WETTBEWERBS:

PROF. DR. FREUND TAMÁS

Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Präsident der Ungarischen Akademie

Begründer des Wettbewerbs und Ersteller der Aufgaben:

NAGY-BALÓ ANDRÁS, Mathematiklehrer

Übersetzerin der Aufgaben:

ZSUZSANNA WERNER, Mathematiklehrerin

Lektor der Übersetzung:

THOMAS WILHELM SCHWARZER, Mathematiklehrer

Koordinatorin:

ZSUZSANNA WERNER, Mathematiklehrerin

Betreiber der Homepage und des Informatik-Systems:

GEORG PROBST, Informatiker

RÓBERT CSUKA, Elektroingenieur



www.bolyaiteam.at / www.bolyaiteam.de

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

- Eine „druckersichere“ Schreibweise für die Zahl 2592 ist $2^5 \cdot 9^2$ (d. h. $2^5 \cdot 9^2$), da man dieselbe Zahl erhält, wenn der Drucker nur die Ziffern druckt. Welche Ziffern können im druckersicheren Ausdruck der Zahl 13942125 als Exponenten verwendet werden? (Bei der Notation der Zahl kann nur die Multiplikation und das Potenzieren verwendet werden.)

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5
- Andi hat auf dem Würfel $ABCDEFGH$ einige Punkte außer B und H markiert, von denen aus die Körperdiagonale BH des Würfels in einem möglichst kleinen Winkel sichtbar ist. Wie viele Punkte könnte Andi auf diese Weise markiert haben?

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) mehr als 8
- Wie viele Tripel der Form $(x; y; z)$ von reellen Zahlen gibt es höchstens, für die $x + y = 2$ und $xy - z^2 = 1$ gilt?

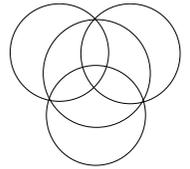
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) mindestens 4
- Ein Eckpunkt des Quadrats $ABCD$ ist $A(4;6)$ im rechtwinkligen Koordinatensystem und zwei andere Eckpunkte liegen auf einer der Achsen oder auf beiden Achsen dieses Koordinatensystems. Wie viele Flächeneinheiten kann so ein Quadrat groß sein?

(A) 20 (B) 32 (C) 36 (D) 72 (E) 136
- Paula schrieb verschiedene natürliche Zahlen auf und teilte ihre Summe durch ihr Produkt. Dann löschte sie die kleinste Zahl und teilte wieder die Summe der übrigen Zahlen durch das Produkt der übrigen Zahlen. Der neue Quotient betrug das Dreifache des vorherigen Quotienten. Welche der folgenden Zahlen könnte sich unter den Zahlen von Paula befinden?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
- Die Seitenflächen eines Würfels werden mit den Farben rot, weiß und grün gefärbt. (Jede Seite mit einer Farbe.) Die Farbe der einzelnen Seitenflächen wird unabhängig voneinander zufällig gewählt. Jede Farbe wird mit gleicher Wahrscheinlichkeit gewählt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es gegenüberliegende Seitenflächen mit der gleichen Farbe gibt?

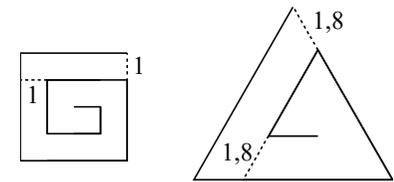
(A) $1/2$ (B) mehr als $1/2$ (C) weniger als $2/3$
 (D) $2/3$ (E) mehr als $2/3$

- Vier Kreise werden wie in der Abbildung dargestellt angeordnet. In die zehn Bereiche, die innerhalb der Kreise entstehen, müssen die Zahlen 1, 2, 3, ..., 10 (jeweils eine andere Zahl) so eingetragen werden, dass die Summe der Zahlen innerhalb jedes Kreises gleich ist. Wie hoch kann diese Summe höchstens sein?



- (A) 28 (B) 30 (C) 32 (D) 35 (E) 37

- Erstellt eine Spirale aus einem Quadrat mit n Einheiten Seitenlänge, indem ihr vom Eckpunkt des Quadrats ausgehend nach innen geht und die Linie immer eine Einheit vor dem Eintritt in den bereits bestehenden Teil der Spirale unterbricht. Ähnlich verhält es sich bei einer Spirale, die aus einem regelmäßigen Dreieck mit einer Seitenlänge von $1,8n$ Einheiten gebildet wird: Hier entsteht eine Unterbrechung jeweils $1,8$ Einheiten vor dem Schnittpunkt mit dem bereits bestehenden Teil. Die Abbildung zeigt die beiden Spiralen für $n=4$. Wie groß kann der Wert von n sein, wenn die beiden Spiralen gleich lang sind?



Zur Hilfe: $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

- (A) 6 (B) 8 (C) weniger als 10 (D) 10 (E) mehr als 10
- Wie viele Ziffern können aus der Dezimalform einer beliebigen positiven irrationalen Zahl gestrichen werden, um die ursprüngliche Zahl zu erhalten?

(A) 1 (B) 2 (C) 10 (D) irgendeine endliche Anzahl (E) unendlich viele
 - Die Punkte A und B liegen in einer Ebene. Jans Aufgabe war es, alle Geraden in dieser Ebene zu zeichnen, die 2 cm von A und 3 cm von B entfernt sind. Wenn Jan dies tun würde, wie viele Geraden könnte er zeichnen?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4
 - Die Funktion f ist durch den Term $f(x) = \frac{9^x}{9^x + 3}$ über der Grundmenge der reellen Zahlen definiert. Wie hoch ist der Wert der folgenden Summe:

$$f\left(\frac{0}{2023}\right) + f\left(\frac{1}{2023}\right) + f\left(\frac{2}{2023}\right) + \dots + f\left(\frac{2022}{2023}\right) + f\left(\frac{2023}{2023}\right)$$

(A) 1011 (B) 1012 (C) weniger als 2023 (D) 2023 (E) 2024