„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás

Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Präsident der Ungarischen Akademie, Förderer des Wettbewerbs

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

C. F. GAUSS

2024

FINALE

KLASSE 10
SCHULSTUFE 10

J. BOLYAI

FÖRDERER DES WETTBEWERBS:
PROF. DR. FREUND TAMÁS
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften,
Präsident der Ungarischen Akademie

BEGRÜNDER DES WETTBEWERBS UND ERSTELLER DER AUFGABEN:
NAGY-BALÓ ANDRÁS, *Mathematiklehrer*

ÜBERSETZER DER AUFGABEN:
ZSUZSANNA WERNER, *Mathematiklehrerin*

LEKTOR DER ÜBERSETZUNG:
THOMAS WILHELM SCHWARZER, *Mathematiklehrer*

KOORDINATOR:
THOMAS WILHELM SCHWARZER, *Mathematiklehrer*

BETREIBER DER HOMEPAGE UND DES INFORMATISCHEN SYSTEMS:
GEORG PROBST, *Informatiker*
RÓBERT CSUKA, *Elektroingenieur*

www.bolyaiteam.at / www.bolyaiteam.de

Internationales Finale **Klasse 10 / Schulstufe 10** 29. Juni 2024

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-5 auf dem Antwortblatt mit X.
Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Ein Banktresor kann durch mehrere verschiedene Schlösser geschlossen bzw. geöffnet werden. Die Schlüssel werden unter den vier Kassierern der Bank so verteilt, dass mindestens drei von ihnen anwesend sein müssen, um den Tresor zu öffnen, aber jede Dreiergruppe der Kassierer kann alle Schlösser mit den Schlüsseln, die sie besitzen, öffnen. (Zu einem bestimmten Schloss können mehrere Personen gleichzeitig einen Schlüssel haben, und eine Person kann mehrere unterschiedliche Schlüssel besitzen). Wie viele Schlösser kann dieser Banktresor haben?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *7*

2. Anna hat solche positiven Brüche an die Tafel geschrieben, bei denen der Zähler und auch der Nenner jeweils zweistellige Zahlen sind. Die zweite Ziffer des Zählers ist gleich der ersten Ziffer des Nenners. Der Wert des Bruches ändert sich nicht, wenn die beiden übereinstimmenden Ziffern weggelassen werden. Wie viele solche Brüche konnte Anna an die Tafel schreiben?

(A) *10* **(B)** *11* **(C)** *12* **(D)** *13* **(E)** *14*

3. Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

(A) *Wenn a und b reelle Zahlen sind, so dass $a > b$ ist, dann ist es immer wahr, dass $9b < 10a$ ist.*

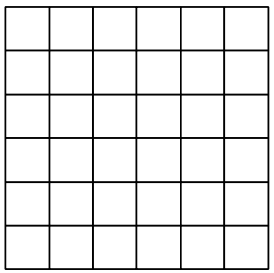
(B) *Es ist egal, wie man 55 verschiedene Zahlen aus den ersten 100 positiven ganzen Zahlen auswählt, es gibt immer zwei unter ihnen, deren Differenz 9 ist.*

(C) *Es gibt ganze Zahlen m und n, für die $m^2 + 9mn + n^2$ ein Vielfaches von 11 ist und $m^2 - n^2$ kein Vielfaches von 11 ist.*

(D) *Es gibt ein Viereck, das weder einen Symmetriemittelpunkt noch eine Symmetrieachse hat, aber in zwei kongruente Vierecke zerlegt werden kann.*

(E) *Man kann 11 positive reelle Zahlen, die nicht notwendigerweise voneinander verschieden sind, finden, so dass jede von ihnen gleich dem Quadrat der Summe der anderen zehn Zahlen ist.*

4. Der Verzauberte Kontinent kann durch ein 6×6 quadratisches Raster dargestellt werden. Jedes Feld ist entweder ein Königreich oder ein umstrittenes Gebiet. Wir nennen zwei Felder benachbart, wenn sie eine gemeinsame Seite oder einen gemeinsamen Eckpunkt haben. Es gibt 27 Königreiche, von denen diejenigen, die an umstrittene Gebiete angrenzen, diese für sich beanspruchen. Karl wurde gebeten, nach Möglichkeit mehrere Anordnungen von Königreichen zu zeichnen, bei denen jedes umstrittene Gebiet von einer unterschiedlichen Anzahl von Königreichen beansprucht wird. Wie viele solche Anordnungen, die alle unterschiedlich sind, konnte Karl zeichnen? Zwei Zeichnungen sind unterschiedlich, wenn die beiden weder durch Drehung noch durch Spiegelung so übereinander gelegt werden können, dass sich die umstrittenen Gebiete alle überschneiden.



(A) *1* **(B)** *2* **(C)** *3* **(D)** *4* **(E)** *Eine solche Anordnung gibt es nicht.*

5. Ali (A), Bert (B), Cili (C), Dora (D), Elli (E) und Franziska (F) haben das Finale des Schulwettbewerbs für Mathematik erreicht. Nach der Korrektur der ersten Aufgabe sagte der Organisator: "Drei Teilnehmer haben 10 Punkte, die anderen haben 7 Punkte. Alle sollen ihre Tipps abgeben, welche drei Teilnehmer 10 Punkte erreicht haben könnten.” Die Teilnehmer gaben folgende Tipps ab:

A, B, D A, C, E A, D, E B, C, E B, D, E C, D, E.

Der Organisator stellte fest, dass niemand alle drei Zehn-Punkte-Kandidaten getroffen hatte. Drei Teilnehmer trafen je zwei, zwei trafen je eine, und einer traf gar keinen Teilnehmer mit 10 Punkten. Welcher der folgenden Teilnehmer hat zehn Punkte erreicht?

(A) *Bert* **(B)** *Cili* **(C)** *Dora* **(D)** *Elli* **(E)** *Franziska*