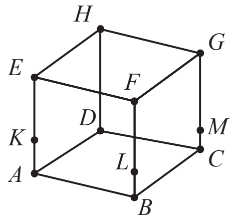
11. Im Quadrat $ABCD$ ist P ein solcher innerer Punkt, für den gilt $|PA| = 1\ cm$, $|PB| = \sqrt{2}\ cm$ und $|PC| = \sqrt{3}\ cm$. Wie viele Grad könnte der Winkel $\sphericalangle APB$ betragen?

(A) *90°* **(B)** *100°* **(C)** *105°* **(D)** *110°* **(E)** *120°*

12. Bei dem auf einem Tisch stehenden Würfel $ABCDEFGH$ werden drei vertikale Kanten durch die Punkte K, L und M jeweils im Verhältnis 1:3, 1:4 beziehungsweise 1:5 geteilt, wie dies die Grafik zeigt. Die Ebene KLM teilt den Würfel in zwei Teile. In welchem Verhältnis stehen die Volumina der beiden so entstandenen Teile zueinander?



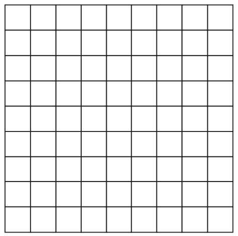
(A) *1:24* **(B)** *9:40* **(C)** *4:15* **(D)** *4:11* **(E)** *11:15*

13. Von den Zahlen 1, 2, 3, …, 20 (den ersten 20 positiven ganzen Zahlen) haben wir 15 Zahlen ausgesucht und diese so in Dreiergruppen eingeteilt, dass die Summe der Zahlen in diesen Gruppen immer dieselbe war. Wie groß könnte diese Summe gewesen sein?

(A) *20* **(B)** *22* **(C)** *24* **(D)** *25* **(E)** *40*

Löst die folgende Aufgabe an der angegebenen Stelle des Antwortblattes!

14. Zerteilt das 9×9 Feld entlang der Gitternetzlinien in drei Teilstücke mit gleich großer Fläche, wobei die Summe der Umfänge von zwei Teilstücken gleich dem Umfang des dritten Teilstücks sein soll! Findet zwei unterschiedliche Lösungen!



„Als Gehirnforscher wünsche ich allen Menschen, dass wir trotz stark wachsender Informationsflut die Fähigkeit bewahren, auf unsere innere Stimme zu hören. Nur so können wir durch Kreativität und durch den Geist der Zusammenarbeit unsere Wünsche verwirklichen und dem Gemeinwohl dienen."

Prof. Dr. Freund Tamás

BOLYAI MATHEMATIK TEAMWETTBEWERB®

C. F. GAUSS

2026

1. RUNDE

KLASSE 12
(DEUTSCHLAND)

SCHULSTUFE 12
(ÖSTERREICH)

J. BOLYAI

Förderer des Wettbewerbs:
Prof. Dr. Freund Tamás
Mitglied der Leopoldina, der Nationalen Akademie der Wissenschaften, Präsident der Ungarischen Akademie

Begründer des Wettbewerbs und Ersteller der Aufgaben:
Nagy-Baló András, *Mathematiklehrer*

Übersetzer der Aufgaben:
Brigitta Békési, *Mathematiklehrerin*
Ágota Székely, *Mathematiklehrerin*

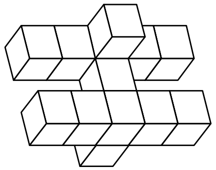
Lektor der Übersetzung:
Thomas Wilhelm Schwarzer, *Mathematiklehrer*

Betreiber der Homepage und des Informatik-Systems:
Georg Probst, *Informatiker*
Róbert Csuka, *Elektroingenieur*

www.bolyaiteam.at / www.bolyaiteam.de

Markiert die Lösungen der Aufgaben 1-13 auf dem Antwortblatt mit X. Bei den Aufgaben können auch mehrere richtige Antworten vorkommen.

1. Wir haben dreizehn handelsübliche Spielwürfel so zusammengeklebt, dass die Figur in der Abbildung entstanden ist (bei einem handelsüblichen Spielwürfel beträgt die Summe der Punkte auf zwei gegenüberliegenden Seiten immer 7). Wie viele Punkte können sich höchstens auf der Oberfläche einer solchen Figur befinden?



(A) *210* **(B)** *211* **(C)** *212* **(D)** *213* **(E)** *214*

2. Für eine große Sportveranstaltung kosteten die Tickets jeweils 3000 €. Nachdem dieser Preis gesenkt wurde, stieg die Anzahl der Stadionbesucher um 50%, wodurch die Einnahmen um 35% stiegen. Auf wie viele Euro wurde der neue Ticketpreis gesenkt?

(A) *2100* **(B)** *2300* **(C)** *2500* **(D)** *2700* **(E)** *2900*

3. Wir haben eine 4×4 Tabelle auf die hier dargestellte Weise mit Zahlen ausgefüllt. Vom linken, oberen Eck der Tabelle aus startend können wir uns nach den folgenden Regeln in der Tabelle bewegen:
- Wir können immer nur auf ein Feld treten, das an einer Kante an das vorherige grenzt,
- man darf auf jedes Feld nur einmal treten,
- schließlich müssen wir im Eckfeld rechts unten ankommen.

9	10	4	8
12	6	16	2
5	7	1	14
15	13	11	3

Wie viel könnte die Summe der Zahlen auf denjenigen Feldern betragen, die wir auf diese Weise entlang unserer Route betreten haben (inklusive dem Start- und Zielfeld)? Untersucht die untenstehenden Antwortmöglichkeiten!

(A) *128* **(B)** *129* **(C)** *131* **(D)** *135* **(E)** *136*

4. Wir haben drei Würfel und nummerieren die Seitenflächen von jedem Würfel auf eine andere Weise. Die Summe der Zahlen auf den Seitenflächen ist bei jedem Würfel dieselbe, und die Beschriftung der Würfel sieht wie folgt aus:
A: (5, 7, 8, 9, 10, 18); ***B:*** (2, 3, 4, 15, 16, 17); ***C***: (1, 6, 11, 12, 13, 14).
Von zwei Würfeln, ***X*** und ***Y***, nennen wir den ersten *besser* als den zweiten, wenn wir mit dem ersten Würfel eine größere Chance haben, eine höhere Zahl zu würfeln als mit dem zweiten. Dies kennzeichnen wir so: ***X* > *Y***.
Welche der untenstehenden Beziehungen erfüllen sich?

(A) $A > B$ **(B)** $A < B$ **(C)** $B > C$ **(D)** $B < C$ **(E)** $C > A$

5. Ich nehme von jeder Zahl 1, 2, 3, …, *n* jeweils zwei Stück und schreibe sie in solch einer Reihenfolge auf, dass zwischen den zwei 1-ern jeweils 1 Ziffer, zwischen den zwei 2-ern jeweils 2 Ziffern, zwischen den zwei 3-ern jeweils 3 Ziffern stehen, und so weiter. Welchen Wert könnte *n* annehmen?

(A) *3* **(B)** *4* **(C)** *5* **(D)** *6* **(E)** *9*

6. Die Schenkel eines gleichschenkligen Dreiecks sind 8 *cm* lang, die zu den Schenkeln gehörenden Höhen sind 4 *cm* lang. Wieviel Grad könnte ein beliebiger Innenwinkel dieses Dreiecks von den untenstehenden Werten betragen?

(A) *15°* **(B)** *30°* **(C)** *45°* **(D)** *60°* **(E)** *75°*

7. Wir haben 1000 Münzen und wissen, dass 100 von ihnen gefälscht sind. Wir kennen das Gewicht der echten Münzen und wissen, dass die gefälschten leichter sind als die echten, das Gewicht der gefälschten Münzen kann aber variieren. Wir möchten eine gefälschte Münze mit einer elektrischen Küchenwaage identifizieren. In jedem Schritt messen wir das Gesamtgewicht einiger Münzen, dadurch können wir bestimmen, ob sich unter den Münzen auf der Waage gefälschte befinden. Mindestens wie viele solche Messungen benötigen wir, um sicherlich eine gefälschte Münze zu identifizieren?

(A) *8* **(B)** *9* **(C)** *10* **(D)** *11* **(E)** *12*

8. Ich habe auf eine zuvor leere Tafel vier Vierecke gezeichnet. Marcel meint, dass mindestens drei Trapeze auf der Tafel sind, Mike meint, dass mindestens drei Rechtecke auf der Tafel sind, und Benny meint, dass mindestens drei Rauten auf der Tafel sind. Von den Jungs haben zwei Recht, einer hat sich geirrt. Wie viele Quadrate könnten sich auf der Tafel befinden?

(A) *0* **(B)** *1* **(C)** *2* **(D)** *3* **(E)** *4*

9. Es ist eine 20×20 Tabelle gegeben, in der wir 19 Felder zufällig markiert haben. In einem Schritt können wir jeweils zwei Zeilen oder zwei Spalten vertauschen. Bei wie vielen markierten Feldern kann durch solche Schritte erreicht werden, dass sich diese zur selben Zeit alle unter der Hauptdiagonale der Tabelle befinden? (Die Hauptdiagonale der Tabelle verbindet die linke obere Ecke mit der rechten unteren Ecke.)

(A) *9* **(B)** *10* **(C)** *13* **(D)** *16* **(E)** *19*

10. Bei einem konvexen Viereck sind die Längen von drei Seiten bekannt: 9 *cm*, 15 *cm* und 16 *cm*; die Diagonalen stehen senkrecht zueinander. Wie viele *cm* lang könnte die vierte Seite sein?

(A) $\sqrt{50}$ *cm* **(B)** $\sqrt{112}$ *cm* **(C)** 12 *cm* **(D)** $\sqrt{252}$ *cm* **(E)** 20 *cm*

Achtung! Die Aufgaben 11-14 folgen auf der nächsten Seite.