

„Blick ins Buch“ Bolyai Teamwettbewerb 2017

Die Prozentsätze geben an, welcher Anteil der Teilnehmer die einzelnen Lösungen angekreuzt hat. Die richtigen Antworten sind fett gedruckt und durch eine Schraffierung hervorgehoben.

Klasse 4

3. In der Abbildung stehen gleiche Zeichen für gleiche Ziffern und verschiedene Zeichen für verschiedene Ziffern. Für welche Ziffer kann das Zeichen \square stehen?
- $$\begin{array}{r} \circ \square \\ + \circ \square \\ \hline \diamond \triangle \triangle \end{array}$$
- Lösungshinweis: Die Abbildung zeigt eine korrekte Rechnung.
- (A) für die 0 (B) für die 1 (C) für die 2 (D) für die 3 (E) für die 4

Lösung: In Teil 1 zeigen wir, dass \diamond für die Ziffer 1 stehen muss. Begründung: In der Rechnung wurden zwei gleiche zweistellige Zahlen addiert. Die größte zweistellige Zahl ist 99, die mit sich selbst addiert 198 ergibt.

Beachte: Die Hunderterziffer einer dreistelligen Zahl darf nicht die 0 sein.

In Teil 2 zeigen wir, dass 2, 3 und 4 Lösungen sind.

Wenn $\square = 2$, dann folgt aus $\square + \square$, dass $\triangle = 4$. Für $\circ = 7$ entsteht die Lösung aus *Figur 1*. Wenn $\square = 3$, dann folgt aus $\square + \square$, dass $\triangle = 6$. Für $\circ = 8$ entsteht die Lösung aus *Figur 2*. Wenn $\square = 4$, dann folgt aus $\square + \square$, dass $\triangle = 8$.

Für $\circ = 9$ entsteht die Lösung aus *Figur 3*.

$$\begin{array}{r} 7 \ 2 \\ + 7 \ 2 \\ \hline 1 \ 4 \ 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \ 3 \\ + 8 \ 3 \\ \hline 1 \ 6 \ 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \ 4 \\ + 9 \ 4 \\ \hline 1 \ 8 \ 8 \end{array}$$

Figur 1 Figur 2 Figur 3

In Teil 3 zeigen wir, dass 0 und 1 keine Lösungen darstellen. Tatsächlich:

\square kann nicht die 0 sein. Begründung: Dann wäre \triangle ebenfalls die 0. Dies geht aber nicht, da verschiedene Zeichen für verschiedene Ziffern stehen.

\square kann nicht die 1 sein. Begründung: 1 steht bereits für \diamond (siehe Teil 1) und verschiedene Zeichen stehen für verschiedene Ziffern.

Bemerkung: Man kann noch zeigen, dass \square nicht größer als 4 sein kann. Begründung: Wenn \square mindestens 5 wäre, gäbe es einen Übertrag bei den Einern. Bei den Zehnern sähe die Rechnung dann so aus: $\circ + \circ + 1$. Das Ergebnis \triangle müsste daher eine *ungerade* Zahl sein. Dies geht aber nicht, denn andererseits müsste \triangle eine *gerade* Zahl sein wegen der Rechnung $\square + \square$.

Beachte: 2, 4, 6, 8, ... usw. heißen *gerade Zahlen*, 1, 3, 5, 7 usw. heißen *ungerade Zahlen*.

- (A) 17% (B) 29% (C) **39%** (D) 29% (E) **50%**

9. Zwei Schnecken, Kriecher und Krabbler, kriechen um die Wette. Kriecher legt jede Stunde 5 Froschsprünge, Krabbler 8 Froschsprünge zurück. Beim Start hatte Kriecher einen Vorsprung von 15 Froschsprüngen. Wie viele Stunden nach dem Start holt Krabbler Kriecher ein?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Lösung: Krabbler legt jede Stunde 3 Froschsprünge mehr zurück als Kriecher, denn $8 - 5 = 3$. Wir untersuchen nun, wie Kriechers Vorsprung von 15 Froschsprüngen von Stunde zu Stunde schwindet. Nach der ersten Stunde hat Kriecher noch einen Vorsprung von 12 Froschsprüngen ($15 - 3$), nach der zweiten Stunde 9 Froschsprünge ($12 - 3$), nach der dritten Stunde 6 Froschsprünge ($9 - 3$), nach der vierten Stunde 3 Froschsprünge ($6 - 3$). Am Ende der fünften Stunde hat Kriecher keinen Vorsprung mehr, denn $3 - 3 = 0$. Dies bedeutet: **5** Stunden nach dem Start holt Krabbler Kriecher ein.

Alternativlösung: Krabbler kommt jede Stunde 3 Froschsprünge näher zu Kriecher. Dessen Vorsprung von 15 Froschsprüngen wird also nach $15 : 3 = 5$ Stunden aufgeholt.

(A) 28% (B) 17% (C) 32% (D) 10% (E) 16%