

„Blick ins Buch“ Bolyai Teamwettbewerb 2017

Die Prozentsätze geben an, welcher Anteil der Teilnehmer die einzelnen Lösungen angekreuzt hat. Die richtigen Antworten sind fett gedruckt und durch eine Schraffierung hervorgehoben.

Klasse 9

2. Zwei Schneider nähen Hosen. Der erste Schneider schafft 6 Hosen in 5 Tagen, der zweite Schneider schafft 4 Hosen in 3 Tagen. Der erste Schneider arbeitet sechs Tage länger als der zweite. Am Ende stellen sie fest, dass sie gleich viele Hosen genäht haben.

Die Frage: Wie viele Hosen haben sie insgesamt genäht?

(A) weniger als 72 (B) 72 (C) mehr als 72 (D) 144 (E) mehr als 144

Lösung: 1. Feststellung: Der erste Schneider schafft an einem Tag $\frac{6}{5}$ Hosen, der zweite Schneider $\frac{4}{3}$ Hosen.

Beachte: Es handelt sich um Durchschnittswerte.

2. Feststellung: Der zweite Schneider arbeitet schneller als der erste Schneider. Begründung: $\frac{4}{3}$ (1,33...) ist größer als $\frac{6}{5}$ (1,2).

Wenn der zweite Schneider insgesamt x Tage arbeitet, sind es beim ersten Schneider $x + 6$ Tage. Der erste Schneider näht in dieser Zeit $\frac{6}{5}(x + 6)$ Hosen, der zweite Schneider $\frac{4}{3}x$ Hosen (siehe 1. und 2. Feststellung). Da die

zwei Schneider gleich viele Hosen nähen, gilt: $\frac{6}{5}(x + 6) = \frac{4}{3}x \quad | \cdot 15$

$$18 \cdot (x + 6) = 20x \Leftrightarrow 18x + 108 = 20x \Leftrightarrow 108 = 2x \Leftrightarrow x = 54$$

Damit hat der zweite Schneider $\frac{4}{3}x = \frac{4}{3} \cdot 54 = 72$ Hosen genäht. Zusammen haben Sie $2 \cdot 72 = 144$ Hosen genäht. Beachte: 144 ist mehr als 72.

(A) 20% (B) 26% (C) **34%** (D) **26%** (E) 9%

9. Ein Floh steht im Mittelpunkt eines Kreises mit dem Radius 9 m. Durch Sprünge bewegt er sich geradlinig in Richtung Kreislinie. Sein erster Sprung ist 2 m weit, sein zweiter Sprung 2,5 m, sein dritter Sprung 2,25 m weit. Ab jetzt gilt: Jeder weitere Sprung ist stets halb so groß wie sein Vorgängersprung.

Die Frage: Nach wie vielen Sprüngen erreicht der Floh den Kreisumfang?

Lösungshinweis: Die Größe des Flohs ist zu vernachlässigen.

- (A) 5 (B) 9 (C) 13 (D) 17 (E) Keine dieser Antworten.

Lösung: In **Teil 1** untersuchen wir die ersten zwei Sprünge. Durch sie hat sich der Floh 4,5 m ($2\text{ m} + 2,5\text{ m}$) vom Kreismittelpunkt entfernt. Er ist damit noch 4,5 m ($9\text{ m} - 4,5\text{ m}$) vom Kreisumfang entfernt.

In **Teil 2** untersuchen wir die weiteren Sprünge. Sein dritter Sprung ist 2,25 m und 2,25 ist gerade die *Hälfte* von 4,5. Jeder weitere Sprung ist stets *halb so groß* wie sein Vorgängersprung. Dies bedeutet: Nach jedem Sprung ist der Abstand des Flohs zum Kreisumfang genauso groß wie die Weite des Vorgängersprunges. Er halbiert also jedes Mal die noch verbleibende Strecke bis zum Kreisumfang. Daraus folgt aber: Der Floh erreicht den Kreisumfang weder nach 5 noch nach 9 noch nach 13 noch nach 17 Sprüngen.

Bemerkung: Der Floh kommt zwar mit jedem Sprung näher zum Kreisumfang und nach sehr vielen Sprüngen wird sein Abstand dazu sehr klein werden – aber er wird nach *endlich vielen* Sprüngen nie Null werden.

Beachte: Der Floh würde nach *unendlich vielen* Sprüngen den Kreisumfang erreichen.

- (A) 6% (B) 13% (C) 9% (D) 5% (E) 67%